μ 中間子崩壊における高次電磁補正の重要性について

岡　　　隆　光

呉女子短期大学
紀要　第１号　別刷
昭和62年３月発行(1987)

μ 中間子崩壊における高次電磁補正の重要性について

岡　　隆　光

Importance of the Higher Order Radiative Correction to μ-decay

Takamitsu OKA

序

$SU(2)_L \times U(1)$ゲージ対称性を持つ弱電相互作用の標準模型[1]は多くの実験データを良く再現している様に思われる[2]。しかしこの模型は何故右巻部が存在しないかを説明しない。ゲージ群$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$に基づく左右対称模型[3]は上の問に一つの答を与えている。即ち，右巻ゲージボゾンの質量（m_{W_R}）が左巻ゲージボゾンの質量（m_{W_L}）に比べて大きい為に低エネルギー現象では右巻部が抑制され，近似的に$SU(2)_L \times U(1)$ 対称性を有する様に振る舞う。しかし高エネルギー現象ではW_Rが生成され$SU(2)_L \times U(1)$模型とは異なった現象を予言する。

低エネルギー現象で右巻部の効果を実験的に検証する試みが精力的になされて来ている。例えばμ 中間子崩壊現象を用いたξパラメータの測定[4]や電子の縦偏極度の測定[5]，$\Delta S=0$[6]と1[7]のセミレプトニック崩壊現象を使った実験等が挙げられる。

著者は$\Delta S=1$のセミレプトニック崩壊ではμ 崩壊や$\Delta S=0$のセミレプトニック崩壊に比べて右巻部の効果が著しく増大する可能性がある事を指摘した。[8]そこでは次の事柄が示された。$\Lambda \to p\ e\ \nu_e$崩壊では5つの方法で形状因子の比G_1/F_1が測定されており，それらは2つのグループに分けられる。第一はパリティ非保存の物理量（α_e, α_νとα_p）であり，他はパリティ保存の物理量（$\alpha_{e\nu}$と電子や陽子のエネルギー分布）である。測定結果は$SU(2)_L \times U(1)$群の標準模型では説明し難く（2つのグループから得られるG_1/F_1値間に矛盾が生じる），$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$群に現われる右巻部を導入する事により自然に説明できる。Λ 崩壊の解析から$K \to \mu\nu$ 崩壊でのμ 中間子の縦偏極度$P_{K\mu}=-0.85\pm0.06$を予言し標準模型による値-1より10数%ずれる事を示した。最近の実験値は$(P_{K\mu})_{exp}=-0.970\pm0.47$[7]であり10数%の効果は期待できないがどの位の値になるかは大変重要な問題である。

最近μ 中間子崩壊現象のパラメータの測定により$\xi P_\mu \delta/\rho=0.9959$を得，これは$m_{W_R}>380GeV$に対応し，右巻カレントの大きさの下限値に厳しい制限を得たとの報告がなされた[4]。このデータは主に$x>0.9$($x \equiv E/E(\max)$, Eは電子のエネルギー）の領域を使って得られ，解析には2次の電磁補正の効果が取り入れられている。

この小論文では次の事を指摘する。μ 中間子崩壊を用いて右巻部の効果の大きさを検討する場合，高精度（例えば精度1%以下）の議論をする為には２次の電磁補正の効果を取り入れるだけでは不充分であり高次の電磁補正の効果も重要である（特に$x>0.9$の領域では)。

μ 崩壊の公式

$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$対称性に基づく弱相互作用のラグランジアンは次の様に書ける[9]。

$$
\begin{aligned}
\pounds = & \frac{g_L}{2\sqrt{2}} W_L \{\bar{\nu}_e \Gamma_L e + \bar{\nu}_\mu \Gamma_L \mu + \cos\theta_1^L\ \bar{u}\Gamma_L d + \sin\theta_1^L \\
& \times \cos\theta_3^L\ \bar{u}\Gamma_L s + \cdots\} \\
& + \frac{g_R}{2\sqrt{2}} W_R e^{iw} \{\bar{\nu}_e \Gamma_R e + \bar{\nu}_\mu \Gamma_R \mu + \cos\theta_1^R\ \bar{u}\Gamma_R d \\
& + \sin\theta_1^R \cos\theta_3^R\ \bar{u}\Gamma_R s \cdots\} \\
& + h.\ c.
\end{aligned} \tag{1}
$$

ここでg_L(g_R)は左(右)巻のゲージ結合定数，W_L(W_R)は左(右)巻のゲージ粒子，$\Gamma_L=\gamma_\mu(1-\gamma_5)$, $\Gamma_R=\gamma_\mu(1+\gamma_5)$，$\theta_i^L$($\theta_i^R$) は左（右）巻の小林—益川角であり，$\omega$は$cp$非保存の角である。$W_{L,R}$は弱固有状態とは$W_L=$

$cos\zeta W_1 + sin\zeta W_2$, $W_R = -sin\zeta W_1 + cos\zeta W_2$ の関係にあるが，簡単の為混合角 $\zeta = 0$ とする。

式(1)から得られる μ 崩壊 ($\mu \to e\ \nu\bar{\nu}$) の相互作用ハミルトニアンは

$$H_{eff} = \frac{g_L^2}{8m_{WL}^2}[\bar{e}\gamma_\lambda(1-\gamma_5)\nu_e\bar{\nu_\mu}\gamma^\lambda(1-\gamma_5)\mu$$

$$+\lambda^2\bar{e}\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\nu_e\bar{\nu_\mu}\gamma^\lambda(1+\gamma_5)\mu + h.\ c.], \tag{2}$$

と書け，ここで $\lambda = g_R m_{WL}/(g_L m_{WR})$ である。電子の角分布とエネルギー分布は下式で与えられる。

$$\frac{d^2\Gamma(x,\ \theta)}{dxdcos\theta} = \frac{m_\mu^5}{192\pi^3}\left(\frac{g_L^2}{8m_{WL}^2}\right)^2(1+\lambda^2)[(F+F_c)$$

$$+\frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}P_\mu(G+G_c)cos\theta], \tag{3}$$

$$F = x^2(3-2x), \tag{4}$$

$$G = x^2(1-2x), \tag{5}$$

ここで $x \equiv E/E(max)$, Eは電子のエネルギー，P_μ は μ 粒子の偏極度，θ は電子の進行方向と μ 粒子の偏極方向とのなす角度である。F_cとG_cは電磁補正により生じた項であり，今までに2次の補正項しか計算されていない。2次の補正項の具体的な型は

$$F_c = \frac{\alpha}{2\pi}x^2[2(3-2x)R(x) - 3\,lnx$$

$$+\frac{1-x}{3x^2}\{(5+17x-34x^2)\,ln\left(\frac{m_e}{m_\mu}x\right)$$

$$-22x+34x^2\}], \tag{6}$$

$$G_c = \frac{\alpha}{2\pi}x^2[2(1-2x)R(x) - lnx$$

$$-\frac{1-x}{3x^2}\{(1+x+34x^2)\,ln\left(\frac{m_e}{m_\mu}x\right) + 3$$

$$-7x-32x^2+\frac{4(1-x)^2}{x}ln(1-x)\}], \tag{7}$$

$$R(x) = \{ln\left(\frac{m_e}{m_\mu}x\right) - 1\}\{2ln\left(\frac{1-x}{x}\right)$$

$$+\frac{3}{2}\}$$

$$+ln(1-x)\{lnx + 1 - \frac{1}{x}\} - lnx$$

$$+2L_2(x) - \frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{2}, \tag{8}$$

$$L_2(x) = -\int_0^x \frac{ln(1-t)}{t}dt = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n^2}, \tag{9}$$

で与えられている[11]。4次の補正項の計算がなされていないので，ここではF，F_c，GとG_cの項の大きさを比較する事により４次の補正項の重要性について考える。

結　　　果

与えられたx ($x \geqq 0.9$)についてのF，F_c，GとG_cの値が表に示されている。この表よりF_cとG_cの値はxと共に増加し，例えば$x=0.99$では約8%，$x=0.999$では約13%ある事が判る。実験値[4] $\xi P_\mu \delta/\rho$ に対応する量はここでは

表　与えられたxに対する F, F_C, G 及び G_C の値

x	F	F_C	G	G_C
0.90	0.972	−0.0298	−0.648	0.0146
0.91	0.977	−0.0322	−0.679	0.0175
0.92	0.982	−0.0349	−0.711	0.0207
0.93	0.986	−0.0379	−0.744	0.0245
0.94	0.990	−0.0413	−0.778	0.0288
0.95	0.993	−0.0452	−0.812	0.0338
0.96	0.995	−0.0500	−0.848	0.0399
0.97	0.997	−0.0560	−0.884	0.0476
0.98	0.999	−0.0644	−0.922	0.0580
0.99	1.000	−0.0785	−0.960	0.0747
0.995	1.000	−0.0926	−0.980	0.0904
0.998	1.000	−0.1111	−0.992	0.1101
0.999	1.000	−0.1251	−0.996	0.1245

$$\frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}P_\mu\frac{G+G_c}{F+F_c} \tag{10}$$

であり，$(1-\lambda^2)/(1+\lambda^2)$を1%以下の精度で決定する為には$(G+G_c)/(F+F_c)$の値に~1%の不定さがあってはならない。２次の電磁補正項の効果が５～10%なので，4次の補正項の効果として0.5~1%期待される。4次の電磁補正項は未だ計算されていないが，上の事からもその重要性がうかがわれる。

要　　　約

弱相互作用の右巻カレントの大きさを押える実験の精度が上がって来ている。μ 中間子崩壊での２次の電磁相互作用による補正項の大きさを主項と比較する事により，4次の補正項の重要性を指摘した。

文　　　献

1) Glashow S. L. Partical-Symmetries of Weak Interactions. *Nucl. Phy.*, 1961, 22, 579-588.
Weinberg, S. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 1967, 19, 1264-1266.
Salam A. Weak and Electromagnetic Interactions, in *Elementary Particle Theory*. edited by

Svartholm N. Stockholm: Almqvist and Wiksell, 1968, 367-377.

2) 例えばLangacker P. Unified Theories: Electroweak and GUT, talk at *1985 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies* held at Kyoto 1985 Aug.

3) 例えば Mohapatra R. N. in *New Frontiers in High Energy Physics*, edited by Perlmutter and Scott L. F. New York: Plenum, 1978, 337.

4) Carr J. et al. Search for Right-Handed Currents in Muon Decay. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, 51, 627-630.

5) Stoker D. P. et al. Search for Right-Handed Currents by Means of Muon Spin Rotation. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, 54, 1887-1890.

6) 例えば実験の解析の論文である Holstein B. R. and Treiman S. B. Tests of spontaneous left-right-symmetry breaking. *Phys. Rev.*, 1977, D16, 2369-2372.

7) Yamanaka T. et al. Search for right-handed currents in the decay $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu$. *Phys. Rev.*, 1986, D34, 85-96.

8) Oka T. Right-Handed Current Effects in $\Delta S = 1$ Semileptonic Decays. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, 50, 1423-1426.

9) 例えば文献3), 8) と Herczeg P. On muon decay in left- right-symmetric electroweak models. *Phys. Rev.*, 1986, D34, 3449-3456.

10) Kobayashi M. and Maskawa T. CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. *Prog. Theor. Phys.*, 1973, 49, 652-657.

11) Kinoshita T. Sirlin A. Polarization of Electorons in Muon Decay with General Parity-Nonconserving Interactions. *Phys, Rev.*, 1957, 108, 844-850.

Summary

We point out the importance of the higher order radiative correction to μ-decay. New date (with high statistics) are reported on the right- handed currents. For example, Carr et al. obtained the limits $\xi P_\mu \delta/\rho > 0.9959$ based on the measurement of the e^+ spectrum end point in μ^+ decay. The claimed size of the right-handed currents effects is less than 0.4%.

It is shown in this paper that the effects to e^+spectrum from the second order radiative correction are about 10% near the end point. So far, there is no calculation of the fourth or more higher order radiative corrections to μ decay. We expect, however, about one percent effects to μ^+ spectrum from there higer order corrections. It is necessary to include the higher order corrections to claime the limit of the right-handed currents less than one percent.