

スピンモデルによる金融市場のシミュレーション

高 石 哲 弥*

はじめに

本研究集会では平成16年度スイス留学中に行なったコンピュータシミュレーションによる価格変動についての研究成果を報告した。

1. 中心極限定理

株価や為替レートなど金融市場における価格は時間と共に変動している。この変動がどのような変動であるかを知ることは、金融商品を開発する上で重要であるが、実際は簡単のため、正規分布が仮定されることが多い。正規分布が仮定されるのは中心極限定理という強力な定理が存在するためである。中心極限定理とは「多数の互いに独立な確率変数の和からなる確率変数はその確率変数の詳細を知らなくても性質の良く分かった確率変数に近づく」ことをいう。この中心極限定理は確率変数に対して以下の仮定のもとに成り立つ。

- a. 独立である。
- b. 同一の分布関数。
- c. 標準偏差が有限である。

実際にはaとbの仮定はもう少し緩やかな条件であっても成り立つ。

従って、中心極限定理を利用すれば、確率変数と考えた価格の変動は、正規分布に落ち着くと考えられる。

2. 現実の市場

現実の市場の価格変動はどうであろうか。現在、さまざまな市場で実際のデータを利用して価格変動の性質が調べられてきている。それらによると、多くの場合、

* 広島経済大学経済学部助教授

価格変動の分布は正規分布からはかけ離れた裾野の広がった分布となっている。更に時系列の分析からは価格変動を単純なブラウン運動とは見なされないとする結果が得られている。このような現実市場の価格変動に現れる性質は Stylized Facts として知られており、以下のようなものがある。

- 収益率の相関は短時間で消滅する。
- 収益率の分布は広い裾野を持つ。
- ボラティリティクラスタリング
- 収益率の絶対値は長時間相関を持つ。

ここで、収益率とは $r = \ln S(t+1) - \ln S(t)$ で定義され、 $S(t)$ は t 時での価格である。

3. スピンモデルによるシミュレーション

本研究では最大限簡単なモデルを用いて、実際の金融市場において見られる性質 Stylized Facts を再現できるかどうかを調べた。簡単なモデルを用いることにより、もしそのモデルが Stylized Facts を再現するならば、そのモデルが実際の金融市場を支配する重要な何らかのダイナミクスを捉えている可能性があり、金融市場のメカニズムを解明するためのヒントとなる。

ここではスピンモデルを利用して金融市場のシミュレーションを実施した。スピンモデルは、もとは物質の磁化をモデル化するために導入された。スピンには2種類の向きがあり、磁化のモデルではその向きは磁石のN極、S極に対応する。そして、スピン間には相互作用があり、その相互作用にしたがって隣り合うスピン同士が同じ向きを向いたり、反対方向を向いたりする。もし同じ方向に向いたスピンの数が多くなれば物質に磁化が生じる（磁石となる）。

金融市場にこのモデルを応用する場合、2種類のスピンの向きを“買う状態”、“売る状態”に対応させる。つまり、1つ1つのスピンはトレーダと考え、“買う状態”もしくは“売る状態”のトレーダの数によって市場が今どのような状態（価格が上がるのかまたは、下がるのか）になっているかを判断する。

スピン（トレーダ）間には2種類の相互作用を導入する。1つはローカル相互作用である。この相互作用のもとでは、隣り合ったスピンはお互いに同じ状態を取ろうとする（その状態を取ろうとする確率が高くなる）。例えば、隣のスピンの状態であれば、自分も買う状態を取ろうとする。つまり、この相互作用は周りのトレーダの動きに自分も合わせようとする状況に対応する。一方、もう1つの相互作用はグローバル相互作用である。この相互作用のもとでは、スピンは市場の状態に

よってスピンの状態を変化させようとする。具体的には、もし市場が買う状態のスピンの多い状態であれば、対象としているスピンを売る状態へ変化させようとする。逆に、市場が売る状態のスピンの多ければ、買う状態へと変化させようとする。この相互作用は、一見すると市場と反対の向きへ動こうとしているので、トレーダとしては利益を上げるには不利な方向に行っているように見えるがそうではない。例えば、極端な例で考えてみよう。もし、市場に参加しているトレーダがすべて買う状態であったとする。これは市場がバブルのような状態に陥っており、いずれはバブルは弾け、価格は下がる。このような時、利益を得るためにトレーダが採るべき行動は、なるべく早く価格が下がる前に売ることである。このトレーダの採るべき行動をグローバル相互作用は模倣している。

ローカル相互作用とグローバル相互作用はそれぞれマジョリティ相互作用、マイノリティ相互作用とも言い換えることができる。例えばマジョリティ相互作用ではスピンは近傍のスピンの同じ状態になろうとする、つまり、マジョリティに属そうとする。一方、マイノリティ相互作用では、スピンの状態を市場の状態（マジョリ

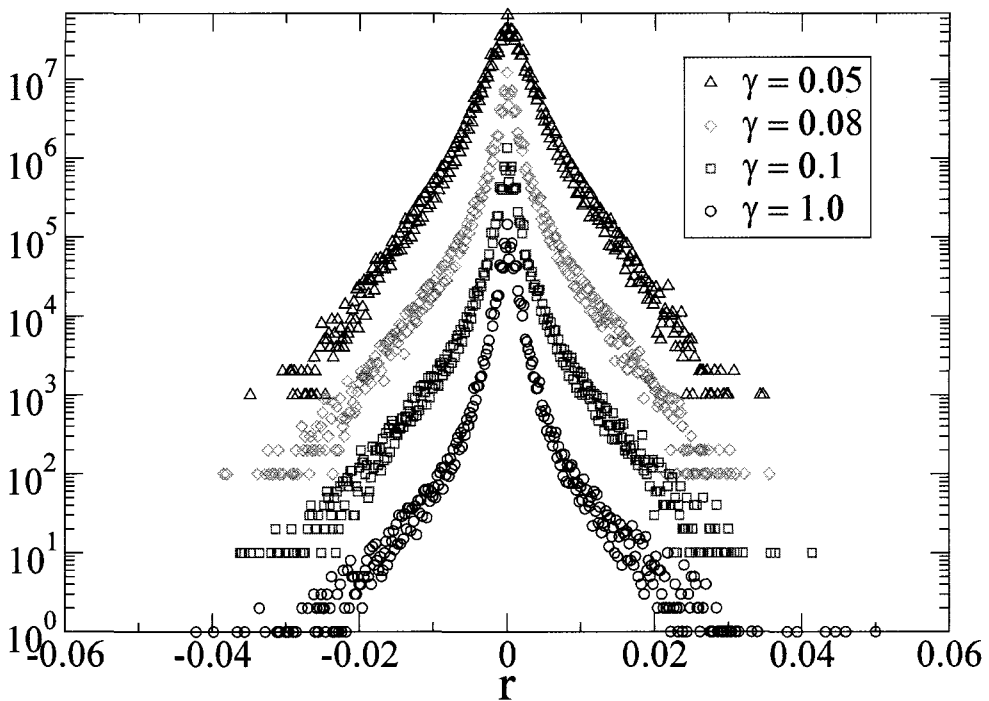


図1 収益率 r の分布。 γ はスピンの活動率を調節するパラメータ。 γ が小さくなると何もしない状態のスピンの数が増加する。縦軸の目盛は任意。ここでの結果は2次元格子上の 10^4 スピンでのシミュレーション結果である。

ティの状態)とは反対の状態(マイノリティの状態)にしようとする。このようなマジョリティとマイノリティの2種類の相反する相互作用が価格に複雑な変動を生じさせると期待される。

ローカル相互作用とグローバル相互作用を取り入れたスピンモデルは最初に Bornholdt によって導入された。彼のモデルでは2種類の売る状態と買う状態のみが取り入れられているが、本研究では売る状態と買う状態に“何もしない状態”を付け加えた3種類の状態を持つスピンモデルを考える。“何もしない状態”はトレーダーが市場に参加していない状態に対応する。

図1はシミュレーションによって求められた収益率 r の分布を表している。図中の γ はスピンの活動率でこの値が小さくなると何もしない状態のスピン数が増加する。図よりわかるように γ のいずれの値に対しても分布は裾野が広がった分布をしており、正規分布ではない。この裾野の広がった分布は実際の市場に現れる分布と似ている。

収益率の時系列に対して自己相関関数を計算すると、相関は短時間で消滅することがわかった。また、短時間での相関は負の値を示すことがわかった。更に、収益率の絶対値に対する自己相関関数は非常に長時間の相関があることがわかった。

4. ま と め

本研究では3種類の状態を取り入れたスピンモデルのシミュレーションを実行し、価格変動にどのような性質が現れるかを調べた。シミュレーションによって得られた価格変動のデータは裾野の広がった分布となっている。また、時系列データの自己相関関数は短時間で負の値であり、相関自身は時間が経過するとすぐ消滅する。時系列データの絶対値の自己相関関数は長時間の相関をしめした。これらの得られた性質は現実市場に現れる性質と似ており、モデルに取り入れた2つの相互作用(ローカルとグローバル)が現実市場での価格変動のダイナミクスに寄与している可能性がある。

参 考 文 献

- [1] S. Bornholdt, “Expectation bubbles in a spin model of markets: Intermittency from frustration across scales”, *International Journal of Modern Physics C* 12 (2001) 667
- [2] T. Kaizoji, S. Bornholdt and Y. Fujiwara, “Dynamics of price and trading volume in a spin model of stock markets with heterogeneous agents”, *Physica A* 316 (2002) 441
- [3] T. Takaishi, “Simulations of financial markets in a Potts-like model”, preprint: cond-mat/0503156