

能動回路網の等価変換について

沖根 光夫, 中村 正孝

On Equivalent Transformation of Active Networks

By Mitsuho OKINE and Masataka NAKAMURA

It has been shown the active RC networks which are involved gyrator and rotator in a network, in several recent letters. In a previous paper, when it is cascade connecting passive circuit and gyrator and rotator, the total F-matrix elements is derived equaling conditions. And gyrator circuit is equivalent condition to be connected dual circuit of passive circuit. In the case of rotator circuit, it is limited realizing equivalent transformation.

This letter reports the analysis of immittance inverter circuit and immittance converter circuit. When immittance inverter and immittance converter circuit depend upon the frequency, transformed network would be almost active network. However, if inverter and converter is negative, transformed network given by active network, only the gyrator and positive immittance converter will be the passive network.

Simple design examples of equivalent transformation presented here are also discussed.

あ ら ま し

最近の論文において、ジャイレータやローテータを含む能動RC回路網が報告されている。前の報告ではジャイレータと受動回路の縦続接続、ローテータと受動回路との縦続接続において全体のF一行列要素が等しくなる条件を示した。そして、ジャイレータの場合には双対変換を施した回路を接続すれば等価になり、他方ローテータの場合には同じ回路構造として得られその等価可能な範囲が制約されることを述べた。

本報告においては、一般的な議論すなわちイミタンス・インバータ並びにイミタンス・コンバータとして検討した。イミタンス・インバータ、イミタンス・コンバータとも周波数依存性を持つ場合、変換した回路が程んど能動回路網になる。また負性の場合には、必ず能動回路網となり、ジャイレータ、P.I.C.の時のみ受動回路となることを示している。なお、簡単な

例題をあげて以上の等価変換を適用している。

1. ま え が き

イミタンス・インバータの一種であるジャイレータならびにイミタンス・コンバータの中のローテータ回路についてはすでに報告した¹⁾。

最近の論文において、周波数依存性を持つイミタンスコンバータ(勿論、ローテータも含む)が伝送回路に応用され、利点を有する構成が可能であると指摘している。そこで、前報で示した事柄を含めたより一般的な議論を行なうため、イミタンス・インバータ、イミタンス・コンバータとして回路に導入し、任意の回路網と縦続接続した場合の等価条件を示している。そして、応用例を以下に述べる。

2. イミタンス・インバータ回路の等価変換

イミタンス・インバータの一種であるジャイレータ

の等価変換については先の報告で示した。すなわち、ジャイレータの縦続行列要素 $\sqrt{B_G/C_G}$ (正の実数) に関して直列素子の逆回路網を並列素子に、並列素子の逆回路網を直列素子に変換したいわゆる二端子対回路網の双対変換を施すことによって与えられることを述べた。

ここではより一般的な例えば周波数依存性を持つイミタンス・インバータ、負性イミタンス・インバータ等を含めたインバータ回路における等価変換について考える。

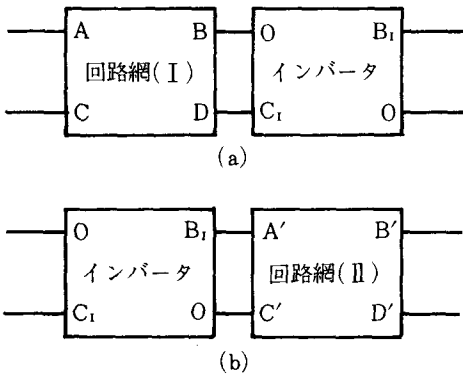


図1 インバータ回路の等価変換

図1(a)と同図(b)の縦続行列の各要素が等しくなるためには次式を満足しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} A &= D', & BC_1 &= C' B_1 \\ D &= A', & CB_1 &= B' C_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

この式より、回路網(I)、(II)は図2に示す通りである。

この回路とは逆に、図1(a)から同図(b)に変換する場合

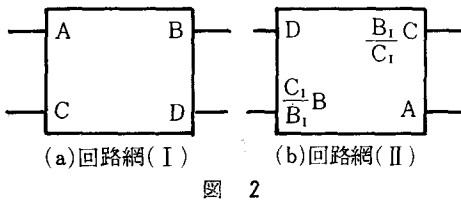


図2

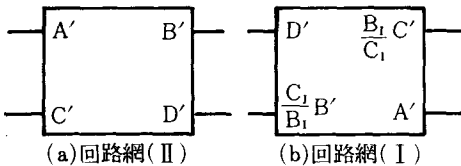


図3

合には図3として与えられる。

ここにおいては図2について議論を進めていく。 $B_1/C_1=R^2$ と置いた場合、一般の双対変換となり逆回路網を作成して直列素子は並列素子に、また並列素子は直列素子にすれば回路網(II)が与えられた。(A, Dの入れ換えと同時にB, Cも入れ換わっている) この B_1/C_1 がジャイレータの場合には上記のように実数値を持つのであるが、負性ジャイレータや周波数依存性を有するインバータ(B_1 と C_1 が打ち消して実数値になる場合は除く)においては正の実数値とならないので広義な双対変換として $\sqrt{B_1/C_1}$ に関する逆回路網を構成し、直列素子は並列素子に、並列素子は直列素子に置き換えることを定義しておく。

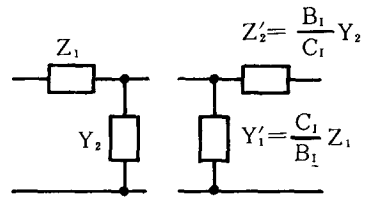


図4 双対変換の実例

実例として

図4に示す回路を考える。この回路において、 B_1/C_1 がインバータによって決定されることから B_1/C_1 の値の取り方により回路網(II)が受動回路であったり、負性抵抗、高次インピーダンスを含む能動回路になる場合が生じてくる。各 B_1/C_1 に対する Y_1' と Z_2' を表1に示す。ただし K_i は正の実数値とする。また Z_1 をインダクタンス、 Y_2 をコンデンサに置いた場合の各 B_1/C_1 に対する回路を図5に示す。

表1

case	B_1/C_1 (Ω) ²	Y_1' (S)	Z_2' (Ω)
1	$\pm K_1$	$\pm \frac{1}{K_1} Z_1$	$\pm K_1 Y_2$
2	$\pm j\omega K_2$	$\pm \frac{1}{j\omega K_2} Z_1$	$\pm j\omega K_2 Y_2$
3	$\pm (j\omega)^2 K_3$	$\pm \frac{1}{(j\omega)^2 K_3} Z_1$	$\pm (j\omega)^2 K_3 Y_2$
4	$\pm \left(\frac{1}{j\omega}\right) K_4$	$\pm \frac{j\omega}{K_4} Z_1$	$\pm \frac{K_4}{j\omega} Y_2$
5	$\pm \left(\frac{1}{j\omega}\right)^2 K_5$	$\pm \frac{(j\omega)^2}{K_5} Z_1$	$\pm \frac{K_5}{(j\omega)^2} Y_2$

この回路例からわかるように、 B_1/C_1 の符号が負を取る場合(負性イミタンス・インバータ)には負性の

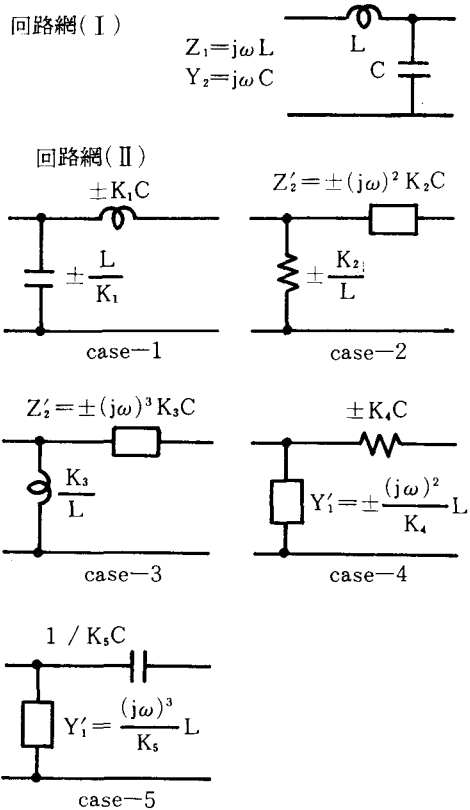


図5 回路例

インピーダンス (アドミタンス) に変換する。また受動素子からかけはなれた高次インピーダンスが回路内に含まれる場合があり、これらはいずれも能動回路網となる。なお負性イミタンス・インバータの場合は回路網(Ⅱ)は必ず能動回路網となるが正性の周波数依存性を持つインバータは回路網(Ⅰ)の取り方によっては回路網(Ⅱ)が必ずしも能動回路網になるとはいえない。

3. イミタンス・インバータ回路の等価変換例

イミタンス・インバータの代表的な素子ジャイレータ (B_I, C_I も正の実数) を含む回路において等価変換を適用する。

3-1 LC はしご形回路

5 次の電圧伝送関数を持つ低減フィルタを図6によって実現する。この回路をそのまま実現しないでジャイレータを一個挿入する。その回路を図7に示す。

図6, 図7の出力端2-接地間の電圧が等しくなる

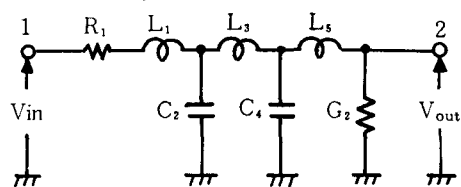


図6 5次低域フィルタ

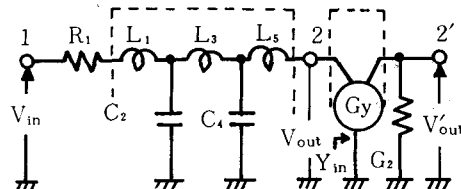


図7 図6にジャイレータ1個を導入した回路

ためには図7の2-接地間から右を見た入力アドミタンス Y_{in} が G_2 になる必要がある。そこで、まず入力アドミタンス Y_{in} は

$$Y_{in} = \frac{C_I}{B_I} G_2^{-1} \quad \dots\dots(2)$$

ゆえに Y_{in} が G_2 になるためには

$$C_I/B_I = G_2^2 \quad \dots\dots(3)$$

を必要とする。

この回路において、電圧の取り出し口を2'-接地間にすれば (これは等価変換するに必要であるから) 勿論 V_{out} と V'_{out} は等しくならなければならない。この条件はジャイレータと並列抵抗 (G_2^{-1}) の縦続行列積を計算し、出力端開放電圧伝送比を1に置けばよい。すなわち

$$B_I G_2 = 1 \quad \dots\dots(4)$$

を満足すればよい。

したがって、式(3), (4)より

$$C_I = B_I^{-1} = G_2 \quad \dots\dots(5)$$

なる条件を満足すれば、電圧伝送関数についてであるが、図6の2-接地間の電圧と図7の2'-接地間の電圧が等しくなる。

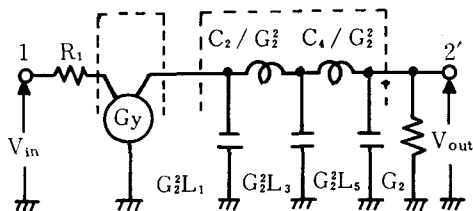


図8 等価変換した回路

図7の点線で囲んだ部分に等価変換を施せば、図8の回路が与えられる。

以上のことから、図6の回路をそのまま二端子対ジャイレータを用いて実現すれば1個のフローティング・インダクタンスにジャイレータ2個すなわち3個のフローティング・インダクタンスで合計6個のジャイレータを必要とする。ところがジャイレータを挿入した回路(図7)を適切な等価変換を適用することにより図8に示す回路のようにフローティング・インダクタンス2個にジャイレータ1個を持つ回路に変形が出来る。この回路においてはジャイレータは5個で済み1個節約することができる。

3-2 密結合線輪

密結合線輪はよく知られているように相互誘導回路に $L_1 L_2 = M^2$ なる条件を考慮した回路である。この回路は図9に示す如く、1個のコイルと理想トランスで実現でき、縦続行列は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{L_1}{M} & \frac{j\omega(L_1 L_2 - M^2)}{M} \\ j\omega M & \frac{L_2}{M} \end{bmatrix} \quad M = \sqrt{L_1 L_2} \\ &= \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} & 0 \\ \frac{1}{j\omega\sqrt{L_1 L_2}} & \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \end{bmatrix} \quad \dots\dots(6) \end{aligned}$$

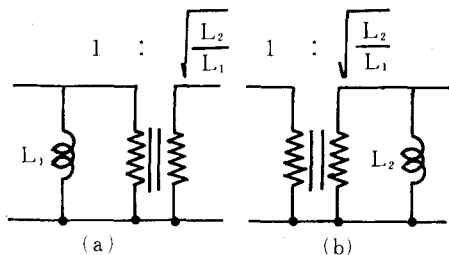


図9 密結合線輪

この密結合線輪をジャイレータを用いて実現するわけであるが、図9の回路をそのまま置き換えると理想トランスにジャイレータ2個、接地型インダクタンスに1個と合計3個のジャイレータを必要とする。(図10)

図10(a)に対しては

$$L_1 = \frac{C_1}{G^2} \quad \dots\dots(7)$$

G_{y1} 、 G_{y2} のF-行列をそれぞれ $(0, B_{G1}, C_{G1}, 0)$ 、 $(0, B_{G2}, C_{G2}, 0)$ と置けば、理想トランスの作成から

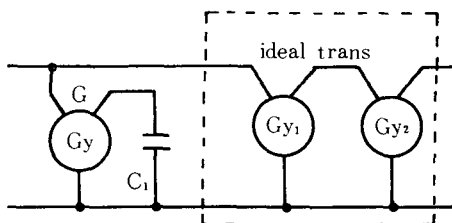
$$B_{G1} C_{G2} = (C_{G1} B_{G2})^{-1} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad \dots\dots(8)$$

なる条件を要する。

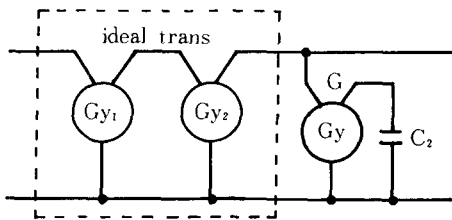
図10(b)に対しては

$$L_2 = \frac{C_2}{G^2} \quad \dots\dots(9)$$

となる。この直感的に置き換えた方法ではジャイレータが3個であるが、理想トランスをジャイレータ2個縦続接地した回路(図11)において等価変換を施せばジャイレータは2個で済むことになる。(図12)

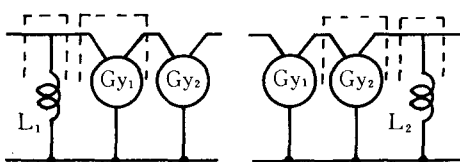


(a) 図9(a)に対する回路



(b) 図9(b)に対する回路

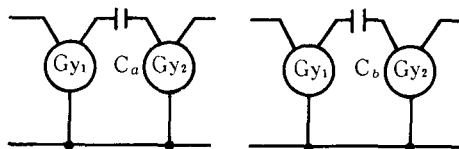
図10



(a) 図9(a)に対する回路

(b) 図9(b)に対する回路

図11



(a) 図11(a)に対する回路

(b) 図11(b)に対する回路

図12

図12, (a), (b)において

$$C_a = L_1 \frac{C_{G_1}}{B_{G_1}}, \quad C_b = L_2 \frac{C_{G_2}}{B_{G_2}} \quad \dots\dots(10)$$

勿論, 式(8)の条件から

$$C_a = C_b \quad \dots\dots(11)$$

が得られる。

4. イミタンス・コンバータ回路の等価変換

ローテータ回路における等価変換はすでに報告した。そして, このような周波数依存性を持つコンバータ回路は等価変換した場合, 受動回路でなくなる可能性が多分に生じることを示した。ここではイミタンス・コンバータとして一般的な等価変換について考え, 同一回路形式に取れば, 等価変換が実現できることを述べる。

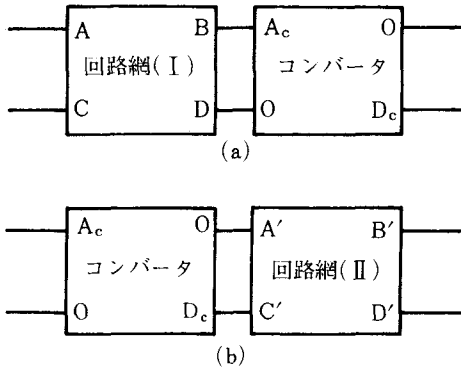


図13 イミタンス・コンバータ回路の等価変換

図13(a)と同図(b)の縦続行列が等しくなるためには次式を満足しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} A &= A', & B &= \frac{A_c}{D_c} B' \\ D &= D', & C &= \frac{D_c}{A_c} C' \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(12)$$

したがって, この式より回路網(I), (II)は図14で与えられる。すなわち, インバータ回路のように回路網(I)の縦続行列要素の移動がないから, 2端子対回路網の相互変換は適用できない。そこで, 回路網(I)と回路網(II)の回路構造を同じ形にする。以下は図14(a)の方について検討する。(図14(b)についても同様に解析すればよい)

回路網(I)において, n 個の素子から構成されるものとし, 各素子のインピーダンスを Z_i ($i=1, 2, \dots, n$) とすれば A, B, C, D は次式のように置くこと

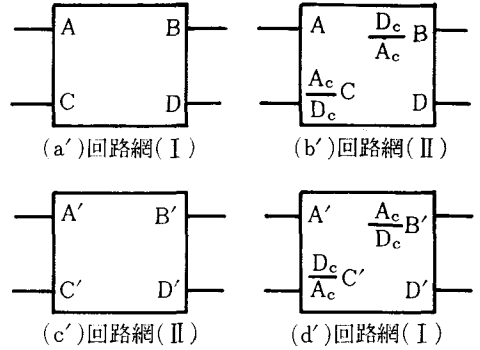


図 14

ができる。

$$\left. \begin{aligned} A &= f_A(Z_i), & B &= f_B(Z_i) \\ C &= f_C(Z_i), & D &= f_D(Z_i) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(13)$$

一方, 回路網(II)では回路網(I)と回路構造が同じであるから A', B', C', D' を実現する関数は式(13)と同じ型になり, Z_i の代わりに Z_i' を置けばよい。すなわち

$$\left. \begin{aligned} A' &= f_A(Z_i'), & B' &= f_B(Z_i') \\ C' &= f_C(Z_i'), & D' &= f_D(Z_i') \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(14)$$

式(12), (13), (14)より

$$\left. \begin{aligned} A' &= A = f_A(Z_i') = f_A(Z_i) \\ B' &= \frac{D_c}{A_c} B = f_B(Z_i') = \frac{D_c}{A_c} f_B(Z_i) \\ C' &= \frac{A_c}{D_c} C = f_C(Z_i') = \frac{A_c}{D_c} f_C(Z_i) \\ D' &= D = f_D(Z_i') = f_D(Z_i) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(15)$$

が得られる。ここで, f_A, f_D は単位を持たない関数である。しかし f_B はインピーダンス関数, f_C はアドミタンス関数でいずれも単位を有する。したがって, 回路網(I)と回路網(II)は同一回路構造であるから B' と C' の上式を満足させるには回路網(I)を構成している Z_i を D_c/A_c 倍したインピーダンスに置き換え回路網(II)を作成すればよい。

$$Z_i = \frac{D_c}{A_c} Z_i \quad \dots\dots(16)$$

この関係式は単なるインピーダンス・レベルを変えるにすぎないから電圧伝送比 A' , 電流伝送比 D' には影響を与えない。

以上のことを整理すれば

$$\left. \begin{aligned} A' &= A = f_A(Z_i') = f_A(Z_i) = f_A\left(\frac{D_c}{A_c} Z_i\right) \\ B' &= \frac{D_c}{A_c} B = f_B(Z_i') = \frac{D_c}{A_c} f_B(Z_i) = f_B\left(\frac{D_c}{A_c} Z_i\right) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} C' &= \frac{A_c}{D_c} C = f_c(Z_i') = \frac{A_c}{D_c} f_c(Z_i) = f_c\left(\frac{D_c}{A_c} Z_i\right) \\ D' &= D = f_D(Z_i') = f_D(Z_i) = f_D\left(\frac{D_c}{A_c} Z_i\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(17)$$

となる。

図15(a)の回路網(1)に対し種々のコンバータを接続した場合の等価変換を次に示す。

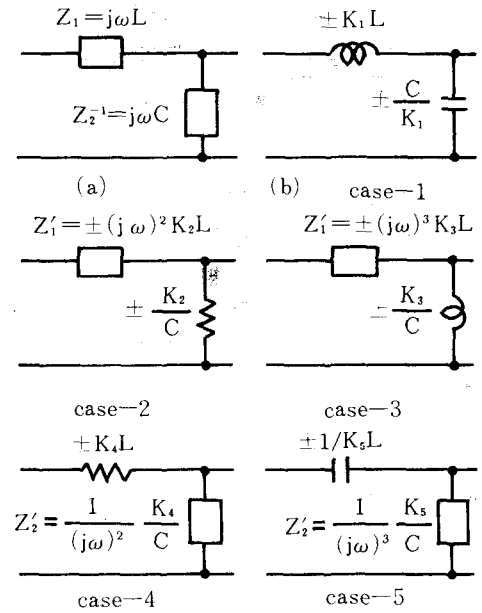


図15 等価変換例

表2 K: 正の実数

case	D_c/A_c	Z_1'	Z_2'
1	$\pm K_1$	$\pm K_1 Z_1$	$\pm K_1 Z_2$
2	$\pm j\omega K_2$	$\pm j\omega K_2 Z_1$	$\pm j\omega K_2 Z_2$
3	$\pm (j\omega)^2 K_3$	$\pm (j\omega)^2 K_3 Z_1$	$\pm (j\omega)^2 K_3 Z_2$
4	$\pm \frac{1}{j\omega} K_4$	$\pm \frac{1}{j\omega} K_4 Z_1$	$\pm \frac{1}{j\omega} K_4 Z_2$
5	$\pm \frac{1}{(j\omega)^2} K_5$	$\pm \frac{1}{(j\omega)^2} K_5 Z_1$	$\pm \frac{1}{(j\omega)^2} K_5 Z_2$

5. イミタンス・コンバータ回路の等価変換例

5-1 三端子対ジャイレータの作成

二端子対ジャイレータの実現法としてNIIとNICとを組み合わせる方法があり、この二端子対ジャイレータを縦続接続すれば三端子対ジャイレータが実現できることはよく知られている。しかしながらこうして得た方法では能動素子の個数が増える為電力消費、調整の点等で不利になる。そこで前記の等価変換を用いて少ない能動素子で三端子対ジャイレータが作成できることを以下図的に説明する。

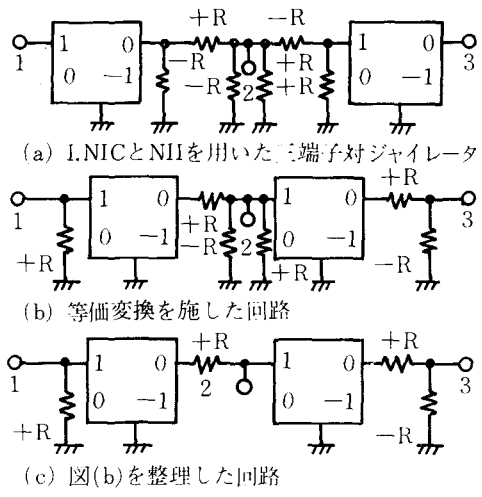


図16 三端子対ジャイレータの作成

したがって図16(c)の回路を演算増幅器を用いて実現したのが図17である。

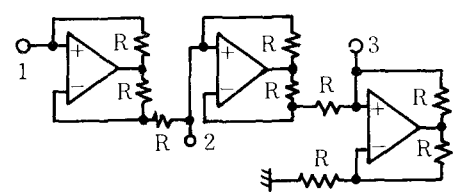


図17 演算増幅器を用いた三端子対ジャイレータ

5-2 密結合線論

図9に示す等価回路をローテータを用いて実現する。

$$R_{O_1} \text{ (電流回転形ローテータ) } \dots\dots (a_1, 0, 0, (j\omega)^{-1}d_1)$$

$$R_{O_2} \text{ (電流逆回路形ローテータ) } \dots\dots (a_2, 0, 0, j\omega d_2^{-1})$$

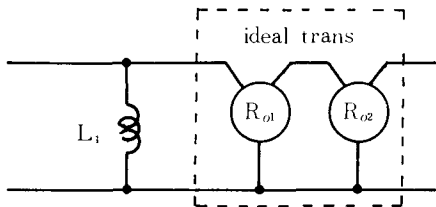
と置けばトランスの巻線比より

$$a_1 a_2 = 1/d_1^{-1} d_2 = \sqrt{L_1/L_2} \dots\dots(18)$$

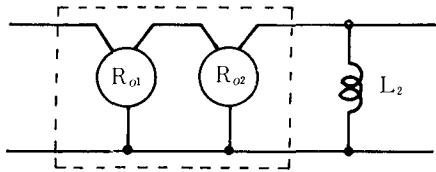
が成り立つ。

この図18に等価変換を適用すれば、図19のようになり能動素子であるローテータは2個で済むことになる。ただし

$$R_1 = d_1 L_1 / a_1, \quad R_2 = a_2 d_2 L_2 \quad \dots\dots(19)$$

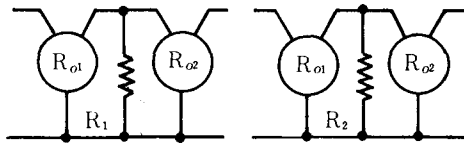


(a) 図9(a)に対する回路

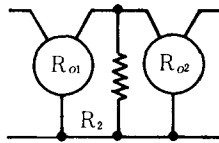


(b) 図9(b)に対する回路

図18 ローテータを用いた密結合線輸



(a) 図18(a)を等価変換した回路



(b) 図18(b)を等価変換した回路

図 19

6. む す び

以上、イミタンス・インバータの前後に回路網を置き全体の縦続行列要素が等しくなる条件を示した。

ジャイレータの場合には回路網(I)が受動回路である時回路網(II)も必ず受動回路になるが、他の周波数依存性を持つインバータは高次インピーダンスになる場合が多く、必ずしも受動回路になるとはいえない。なお負性のイミタンス・インバータはインピーダンスを負性にするから必ず能動回路網になる。もちろん回路構成は双対変換を施すことにより求まる。

一方、イミタンス・コンバータ回路の等価変換については変換した回路網(II)を回路網(I)と同じ形にすれば各構成要素のインピーダンスを D_c/A_c 倍することにより求まることを示した。この場合P I Cは回路網(I)が受動回路であるとき回路網(II)も必ず受動回路になるがインバータ同様周波数依存性を持つコンバータはインピーダンスの高次化作用により能動回路網になる可能性が大きい。また、負性コンバータは必ず能動回路網になる。

このような等価変換をたくみに利用すれば能動素子の個数の減少、またそれに付随する利点が生じることを簡単な例題をもって示した。

文 献

- 1) 中村, 沖根, 重広; “ジャイレータ回路及びローテータ回路の等価変換”, 広工大研究紀要, 第7巻2号
- 2) 寺本; “インピーダンス変換器を用いたRC伝送回路”, 信学誌, Vol. 55-A, No. 10
- 3) 柳沢; “能動回路の基礎と応用”, 共立出版
- 4) S. K. Mitra; “Active inductorless filters,” IEEE Press.
- 5) Newcomb; “Active integrated circuit synthesis,” McGraw-Hill.
- 6) G. J. Deboo; “Application of a gyrator-type circuit to realize ungrounded inductors”, IEEE, circuit theory.