

粘弾性材料同士の組合せ積層体に生ずる 反り変形挙動の熱粘弾性解析

中村 省三*・田中 孝明**・磯部 宏倫**

(平成20年8月18日受理)

Thermo-viscoelastic Analysis of Warp Deformation for Laminated Body Consisting of the Combination between Viscoelastic Materials

Shozo NAKAMURA *, Takaaki TANAKA ** and Hironori ISOBE **

(Received Aug. 18, 2008)

Abstract

For two layer laminated body consisting of epoxy resin and FR-4 substrate, the warp deformation behavior caused by thermal load from heating to cooling was examined from thermo-viscoelastic analysis based on the linear viscoelastic theory and experiment. It was clarified that the warp deformation behavior for the laminated body was affected not only by elastic modulus and linear thermal expansion coefficient of the composition materials but also by the ratio of the material thickness and bending rigidity of composition materials, and that the warp deformation behavior during heating and cooling processes could be predicted by thermo-viscoelastic analysis considered from the temperature and time dependency of the composition materials.

Key words: warp deformation, viscoelasticity, linear viscoelastic theory, numerical analysis, laminated body, epoxy resin, FR-4 substrate

1. 緒 言

近年、携帯電話やデジタルカメラ、ノート型 PC などの電子機器は、軽薄短小化とともに多機能・高機能化の技術開発がめざましい^{1)~5)}。これに伴って、機器内部に搭載される半導体パッケージなどの電子部品には、十分な強度の確保と反り変形の抑止が強く求められている。電子部品は、一般に IC チップや Cu 箔、はんだボールなどの金属材料、ならびに接着剤やプリント配線板、封止樹脂といった高分子材料などで構成される粘弾性複合体である。これ

に、はんだリフローなどの製造工程や使用環境において様々な熱負荷が加わると、構成材料の熱膨張量の違いから電子部品内部に大きな熱応力や熱ひずみが生じ、これが原因で界面剥離や材料亀裂、あるいは実装基板の反り変形などの不良が生ずる恐れがある。従って、これらの不良を未然に防止する上からも、電子部品に生ずる熱応力や熱ひずみおよび反り変形を抑制するための材料物性や構造、ならびに製造プロセスの最適設計が必要不可欠である。特に、高分子材料の熱的・力学的性質には著しい時間依存性と温度依存性があり、この熱粘弾性特性を有する電子部品の熱

* 広島工業大学工学部知能機械工学科

** 広島工業大学大学院工学研究科機械システム工学専攻

応力や熱ひずみおよび反り変形の解析評価に当たっては、従来の弾塑性解析ではなく熱粘弾性解析が必須であり、近年これらの報告も多くなっている^{6)~20)}。前報²¹⁾において、弾性体の鋼材と粘弾性体のエポキシ樹脂の組合せからなる二層積層体の反り変形挙動を明らかにしたが、複雑な性質をもつ粘弾性材料同士の組合せからなる積層体の反り変形挙動は不明確であった。

本報告では、上記の技術的背景から前報に引き続いて、電子部品などの反り変形予測・評価技術の一環として、複雑な性質をもつ粘弾性材料同士の組合せからなる二層積層体（以下、積層体と略）を採り上げた。そして、これに加熱から冷却までの一連の熱負荷を与えた際の反り変形挙動を理論と実験の両面から検討した。具体的には、電子部品の IC チップの封止材や充填材として用いられるエポキシ樹脂とマザーボードとして用いられるガラスエポキシ樹脂の FR-4 基板からなる積層体の反り変形挙動を実験で求め、これを線形粘弾性理論に基づく厳密な熱粘弾性解析の結果と比較検討した。

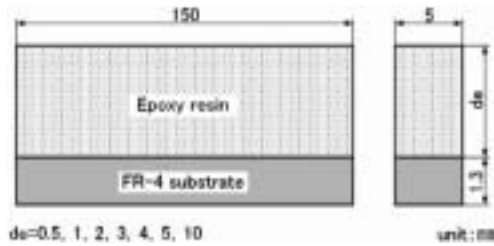


Fig.1 Shape and dimension of laminated body.

2. 反り変形の実験的検討

2.1 積層体形状

図 1 に、電子部品やプリント配線板の簡略化モデルとして、粘弾性挙動を示すエポキシ樹脂と FR-4 基板からなる積層体を示す。ここで、エポキシ樹脂は主剤がビスフェノ

3. 熱粘弾性解析の基礎理論

3.1 反り変形量を求める粘弾性基礎式の導出

図 2 に示す材料 1, 2, 3, ..., n の n 層からなる矩形断面をもつ多層積層体において、長さを s、厚さを d、幅を h とする。厚さ方向を x、幅方向を y、長手方向を z とする直角座標系を設け、表面を x = 0、材料 1 と材料 2 の界面を x = x₁ 以下同様に x = x₂, x = x₃, ..., x = x_n とする。

積層体に発生する熱応力 σ は厚さ方向の座標 x と時間 t の関数となり、これを σ(x, t) とする。そして σ(x, t) は、構成材料が線形粘弾性体であり、かつ時間-温度換算則²²⁾ が成立すれば次式で表現できる²³⁾。

$$\sigma(x, t) = \int_0^t E_i(t' - \tau', T_0) \frac{d}{d\tau} \varepsilon_\sigma(x, \tau) d\tau, \quad i = 1 \sim n \quad (1)$$

ここで、E_i(t', T₀) は i 層の基準温度 T₀ における緩和弾性係数である。また、ε_σ(x, t) は長手方向の熱応力により生じるひずみで、次式で表される。

$$\varepsilon_\sigma(x, t) = \varepsilon(t) + \chi(t)x - \int_{T_h}^{T(x, t)} \alpha_i(T) dT, \quad i = 1 \sim n \quad (2)$$

ここで、ε(t) は長手方向の伸縮、χ(t) は曲率、T_h は初期の保持温度、T(x, t) は時々刻々変化する温度分布で、構成材料の熱

ール A タイプ (JER 社製 JER828)、硬化剤が変性脂肪族アミンタイプ (JER 社製エピキュア T) の 2 液混合型で、主剤と硬化剤を 5 : 1 の割合で常温硬化した後、180℃で 30 分間加熱硬化させたものである。積層体の形状は、長さ 150mm、幅 5mm、FR-4 基板の厚さを 1.3mm 一定としてエポキシ樹脂の厚さを 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0 および 10.0mm の 7 パターンとした。積層体の作製に当たっては、予めエポキシ樹脂の平板と FR-4 基板を所定の寸法に削り出して帯板にし、これらを室温の 25℃程度で接着接合した。

2.2 実験方法

積層体を室温の 25℃程度からエポキシ樹脂の熱的・機械的性質が変化するガラス転移温度（以下、T_gと略）以上の 180℃まで炉内で加熱し、その後引き続いて 35℃まで炉中冷却した。この際、エポキシ樹脂帯板の中央部に取り付けられた熱電対により時々刻々変化する温度を測定するとともに、反り変形挙動を逐次 CCD カメラで撮影し、これから積層体の反り変形量を計測した。

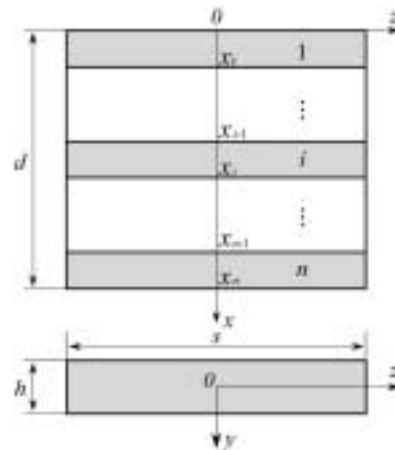


Fig.2 Multi-layer laminated body and its coordinates.

伝導率が温度によって変化せず一定として、一次元非定常熱伝導の式から求められ、厚さ方向の座標 x と時間 t の関数となる。また、 $\alpha_i(T)$ は i 層の温度 T における材料の線膨張係数、式(1)の t' 、 τ' は換算時間で、 i 層の時間-温度移動因子を $a_{i\tau}(T)$ とすれば、次式で求められる。

$$t' = \int_0^t \frac{du}{a_{i\tau}\{T(x, u)\}}, \quad i = 1 \sim n \tag{3}$$

この積層体は外部から拘束がないことにより、次に示す釣り合い式が成立する。

$$\int_0^d \sigma(x, t) dx = 0 \tag{4} \quad \int_0^d \sigma(x, t) x dx = 0 \tag{5}$$

そこで、式(4)、(5)に式(1)~(3)を代入すると次の微分積分方程式が得られる。

$$\sum_{i=1}^n \int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_0^t E_{ri}(t' - \tau', T_0) \frac{d}{d\tau'} \left[\varepsilon(\tau) + \chi(\tau) \cdot x - \int_{T_0}^{T(x, \tau)} \alpha_i(T) dT \right] \cdot d\tau \cdot dx = 0, \quad i = 1 \sim n \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^n \int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_0^t E_{ri}(t' - \tau', T_0) \frac{d}{d\tau'} \left[\varepsilon(\tau) + \chi(\tau) \cdot x - \int_{T_0}^{T(x, \tau)} \alpha_i(T) dT \right] x \cdot d\tau \cdot dx = 0, \quad i = 1 \sim n \tag{7}$$

式(6)、(7)は多層積層体に生ずる熱応力を求める粘弾性基礎式である。すなわち、式(6)、(7)を満足する $\varepsilon(t)$ 、 $\chi(t)$ を求めることができ、微小たわみが生じた単一はりから幾何学的に導出した次式により、曲率 $\chi(t)$ から反り変形量 δ を算出できる。

$$\delta(t) = \frac{s}{2} \tan \left\{ \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{\chi(t) \cdot s}{2} \right) \right\} \tag{8}$$

3.2 解析に用いた積層体形状と物性値

解析に用いた積層体を構成する材料の熱的・機械的性質を表1および図3、図4に示す。図3(a)、(b)はそれぞれエポキシ樹脂とFR-4基板の線膨張係数を、図4は両材料の緩和弾性係数のマスタ曲線²⁴⁾を示す。なお、エポキシ樹脂とFR-4基板の線膨張係数 α は、熱機械分析装置

Table 1 Thermal and mechanical characteristics of constructive materials.

Properties Materials	Thermal conductivity λ [W/(m·K)]	Specific heat C [J/(kg·K)]	Density ρ [kg/m ³]	Glass transition temperature T_g [°C]	Thermal expansion coefficient α [10 ⁻⁵ /K]		Relaxation modulus E_r [GPa]
					T < T _g	T > T _g	
Epoxy resin	0.188	1.423	1229	106	81.3	173.8	Fig.4
Substrate (FR-4)	0.312	1.290	1610	120	10.6	7.43	Fig.4

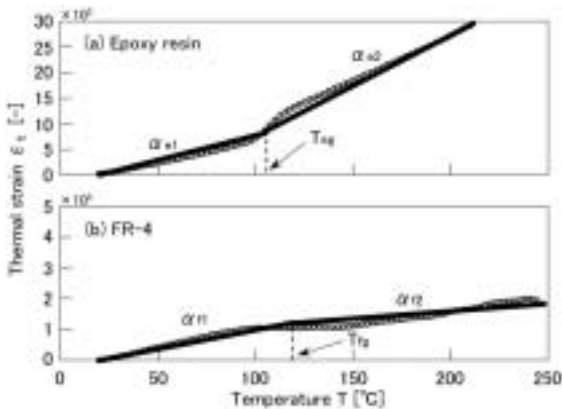


Fig.3 Thermal expansion coefficient.

TMA-50 (島津製作所製) を用いて熱ひずみの温度変化の実測値に基づいて算出した。また、緩和弾性係数 E_r は、動的粘弾性測定装置 Rheogel-E4000 (ユービーエム社製) を用いて、所望の各温度で 1, 10, 100Hz と周波数を変化させて貯蔵弾性率を測定し、これらの測定値を基準温度 T_0 の下で換算対数時間軸上にプロットしたものである。

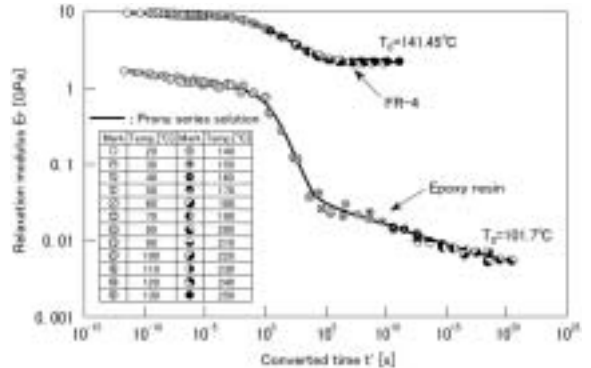


Fig.4 Master curve of relaxation modulus.

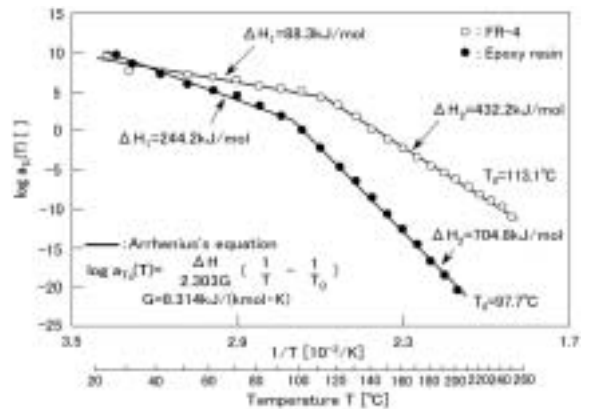


Fig.5 Time-temperature shift factor.

図3からわかるように、エポキシ樹脂とFR-4基板の T_g はそれぞれ105℃と120℃で、線膨張係数は T_g を境に低温部(α_1)と高温部(α_2)で大きく異なり、粘弾性材料特有の性質を示す。このエポキシ樹脂は $\alpha_{e1}=81.3 \times 10^{-6}/K$ 、 $\alpha_{e2}=173.8 \times 10^{-6}/K$ の値を示し、高温部は低温部に比べ2倍程度大きな値である。また、FR-4基板は $\alpha_{f1}=10.6 \times 10^{-6}/K$ 、 $\alpha_{f2}=7.43 \times 10^{-6}/K$ の値を示し、高温部は低温部より低い値であることがわかる。一方、図4に示すエポキシ樹脂とFR-4基板の緩和弾性係数 E_r は、極短時間から極長時間まで一本の滑らかなマスタ曲線を表示することができた。熱粘弾性解析には、これを次式のProny級数で近似して用いた。

$$E_r(t) = E_0 + \sum_{i=1}^n E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \quad (9)$$

ここで、 $E_r(t)$ は緩和弾性係数、 E_i はProny級数の係数で常に正の値、 τ_i は緩和時間($\tau_i > \tau_{i+1}$)、 n はProny級数の項数である。また、図5は図4のマスタ曲線を作成する際の時間-温度移動因子である。図からわかるように、エポキシ樹脂とFR-4基板は低温部と高温部で活性化エネルギー ΔH の異なる二本のArrhenius式で近似することができた。このことから、ここで用いたエポキシ樹脂は時間-温度換算則が成立し、前述の線形粘弾性理論が適用できる材料であることがわかる。

3.3 解析条件

反り変形の熱粘弾性解析には、前述の線形粘弾性理論に基づいて著者らが独自に開発した熱粘弾性解析ソフトを用い、エポキシ樹脂の厚さは実験と同様に7パターン変化させた。また、温度条件は25℃程度から180℃までの加熱過程と180℃から35℃までの冷却過程について解析した。この際の熱伝達率は、実験で測定した温度の時間的変化のデータに基づいて決定した。

4. 結果および考察

図6(a)~(g)は、積層体に加熱から冷却までの一連の熱負荷を与えた際の反り変形挙動を、各種エポキシ樹脂厚さに対して示したものである。すなわち、接着接合時の25℃程度から180℃までの加熱過程、ならびにその後の180℃から35℃までの冷却過程の一連の熱負荷に対して実験値と解析値を比較して示している。また、図7、8はそれぞれ加熱および冷却終了時における残留反り変形量を各種エポキシ樹脂厚さに対して示したものである。ここで、図6~8の図中に示すプロットは各種エポキシ樹脂厚さに対して3回の実験値の結果であり、また実線は熱粘弾性解析の結果である。

4.1 加熱時の反り変形挙動

図6(a)~(g)の左側に、加熱過程での反り変形挙動を示す。これらの図からわかるように、積層体の反り変形挙動は、エポキシ樹脂厚さが0.5, 1, 2, 3, 4, 5mmの場合では、加熱とともにエポキシ樹脂側が凸の状態に反り始め、温度上昇に伴って反り変形量は増加傾向を示す。そして、エポキシ樹脂の T_g (105℃)近傍で反り変形量は極大値を示した後FR-4基板の T_g (120℃)近傍まで減少し、その後180℃まで再び増加傾向を示す。一方、エポキシ樹脂厚さが10mmの場合には、エポキシ樹脂の T_g 近傍からの反り変形量の減少は認められず、単調増加の傾向を示すことがわかる。

このように、加熱過程において反り変形は興味ある挙動を示すが、これはエポキシ樹脂とFR-4基板の弾性係数と線膨張係数、ならびに形状寸法が大きく関与しているものと思われる。すなわち、加熱過程においてエポキシ樹脂側が凸に反り変形が進行するが、この増加していた反り変形量が、エポキシ樹脂厚さが0.5, 1, 2, 3, 4, 5mmの場合には逆に105~120℃の温度範囲では減少する。これは、エポキシ樹脂が T_g を超える高温状態においては弾性係数が急激に低下(1.66GPa→0.0056GPa)するのに対して、FR-4基板の弾性係数は大きく(9.1GPa)、FR-4基板が元の状態に戻ろうとするためにエポキシ樹脂の線膨張係数の変化に関係なく反り変形量は減少することになる。そして、FR-4基板の T_g (120℃)近傍で弾性係数が低下(9.1GPa→2.12GPa)して、元に戻ろうとする力が弱まり、エポキシ樹脂の熱膨張力により再び増加するものと考えられる。一方、エポキシ樹脂厚さが10mmと厚い場合には、105~120℃の温度範囲では減少しないが、これはFR-4基板の厚さに比べエポキシ樹脂厚さが十分大きいため、エポキシ樹脂の収縮する力がFR-4基板の元に戻そうとする力よりも上回ったことが原因と考えられる。また、これら一連の図からわかるように、熱粘弾性解析の結果は実験値とよく一致しており、この解析によって反り変形挙動を予測することができる。さらに、加熱終了時の180℃における反り変形量は、後述のようにエポキシ樹脂厚さによって大きく異なることがわかる。

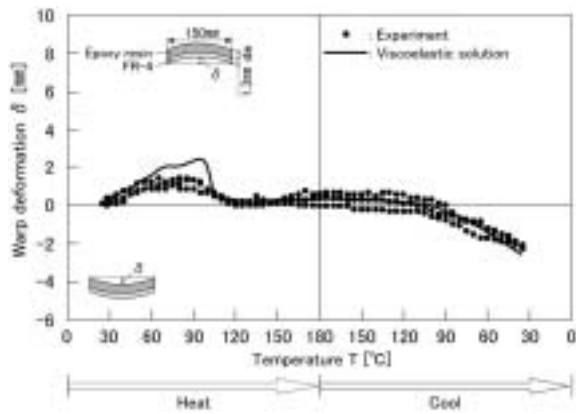
4.2 冷却時の反り変形挙動

図6(a)~(g)の右側は、冷却過程での反り変形挙動を示したものである。これらの図から、いずれの場合にも冷却することによってエポキシ樹脂が収縮するために反り変形量は減少している。ここで、エポキシ樹脂厚さが0.5, 1, 2, 3, 4, 5mmの場合には、冷却途中の60~90℃において反りのない平坦な状態となり、その後逆反りが生じ冷却

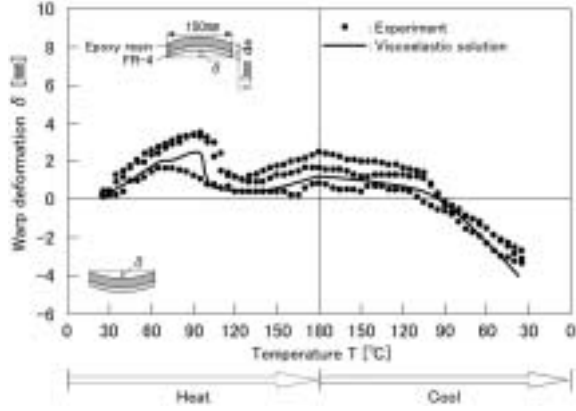
終了時の 35℃ においては FR-4 基板側が凸の状態となる。一方、エポキシ樹脂厚さが 10mm と厚い場合には、このような逆反りの現象は認められず冷却終了時にはほぼ平坦な状態となる。また、冷却途中での反り変形量はエポキシ樹脂と FR-4 基板の T_g 近傍では、弾性係数と線膨張係数の変化に伴って僅かながら変化が認められるもののその値は微小である。

4.3 残留反り変形量

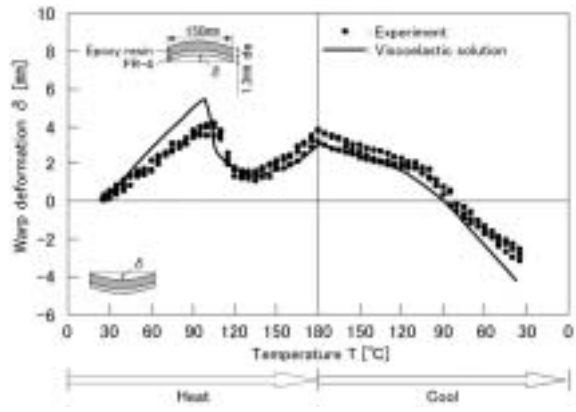
図 7 に、加熱終了時の 180℃ における各種エポキシ樹脂厚さをもつ積層体の反り変形量（残留反り変形量と呼ぶ）



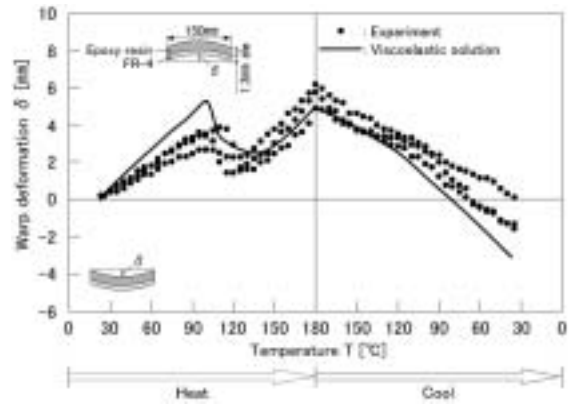
(a) $d_e=0.5\text{mm}$



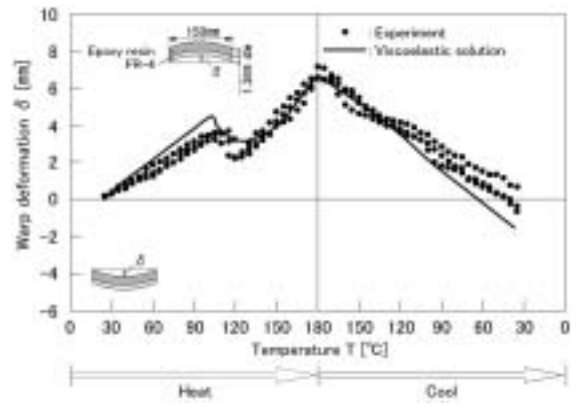
(b) $d_e=1\text{mm}$



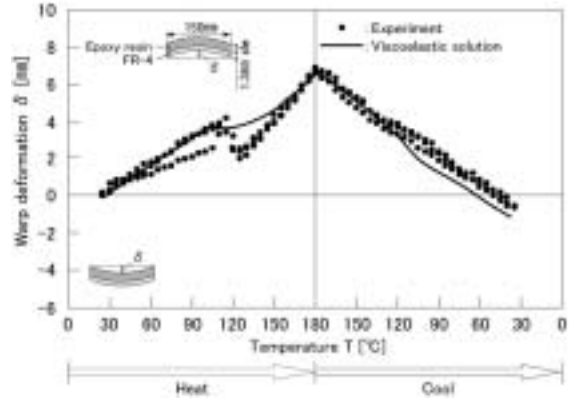
(c) $d_e=2\text{mm}$



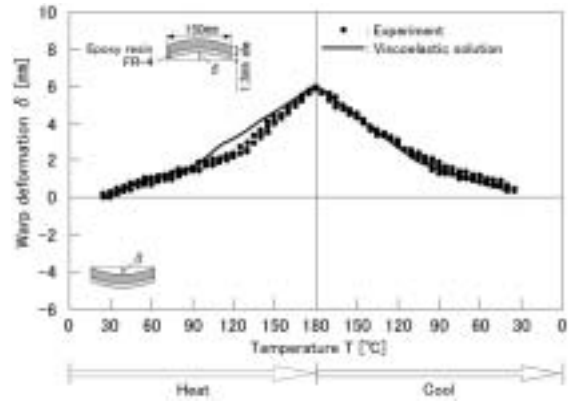
(d) $d_e=3\text{mm}$



(e) $d_e=4\text{mm}$



(f) $d_e=5\text{mm}$



(g) $d_e=10\text{mm}$

Fig.6 Warp deformation behavior of laminated body.

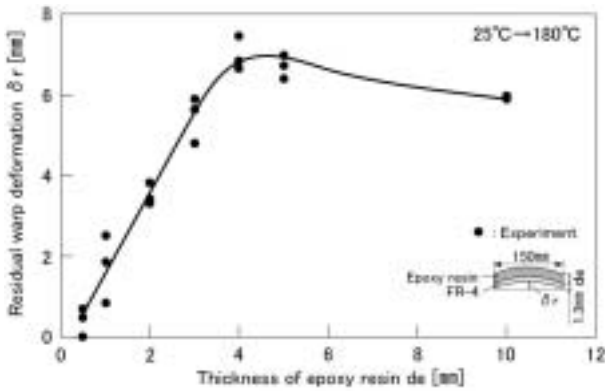


Fig.7 Residual warp deformation at 180 °C.

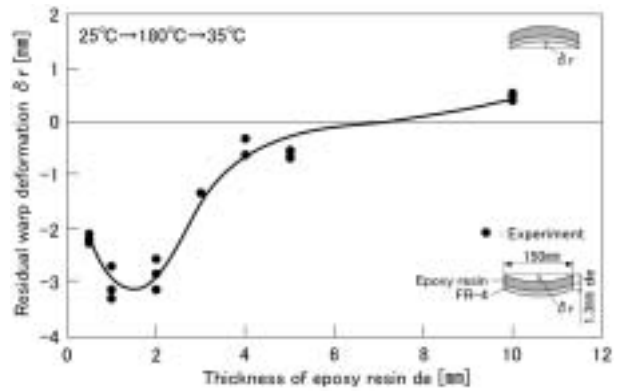


Fig.8 Residual warp deformation at 35 °C.

を示す。この図からわかるように、加熱終了時の残留反り変形量はエポキシ樹脂厚さによって大きく異なり、本報で扱う実験の範囲ではエポキシ樹脂厚さが4～5mm程度で最大値を示した。これは、FR-4基板の厚さに対するエポキシ樹脂の厚さの75～80%の値に相当する。

一方、図8は積層体を加熱から冷却までの一連の熱負荷を与えた際の最終段階における35℃時点での反り変形量を、各種エポキシ樹脂厚さに対して示したものである。図からわかるように、熱履歴を受けた残留反り変形量はエポキシ樹脂厚さが1～2mm程度でFR-4基板側が凸の状態の極大値をとり、さらに、エポキシ樹脂厚さが増加すると反り変形のない平坦な状態になる。すなわち、エポキシ樹脂が極端に薄い場合には、熱収縮力が極めて小さいために、剛性の大きいFR-4基板を変形させるだけの力が作用しないために反り変形量も小さく、逆にエポキシ樹脂がFR-4基板に比べて著しく厚い場合には、積層体全体に占めるFR-4基板の剛性が極めて小さくなるためにFR-4基板の変形抵抗の影響が無視でき、その結果として残留反り変形量も減少したものと考えられる。

以上のことから、粘弾性材料同士からなる積層体の反り変形には構成材料の弾性係数と線膨張係数の双方の物性ととも、積層体全体の厚さに対するエポキシ樹脂とFR-4基板の厚さの割合や積層体の曲げ剛性が大きく関与していることがわかる。そして、熱粘弾性解析を行うことによって粘弾性材料同士の組合せからなる積層体においても、加熱から冷却に至る一連の熱負荷過程における反り変形挙動を予測することが可能であることが明らかとなった。

5. 結 言

エポキシ樹脂とFR-4基板の粘弾性材料同士からなる積層体を対象に、加熱から冷却までの一連の熱負荷を与えた際の反り変形挙動を、熱粘弾性解析と実験の両面から検討し、以下の結論を得た。

- (1) 3.1節の粘弾性構成式に基づく熱粘弾性解析を行えば、粘弾性体同士の組合せからなる積層体の加熱から冷却までの一連の反り変形挙動を予測することができる。すなわち、構成式が示すように、粘弾性体の反り変形予測には、材料物性の時間と温度依存性を考慮する必要がある。
- (2) 粘弾性積層体の残留反り変形量は、構成材料の厚さ寸法や物性値などによって大きく異なるが、本報告の範囲では、冷却後の反り変形量はエポキシ樹脂厚さが1～2mmで最大値を示す。

参 考 文 献

- 1) N.Taketani, K.Hatano, H.Sugimoto, O.Yoshioka and G.Murakami, "CSP with LOC technology", ISHM, pp. 594 (1996).
- 2) M.Ohori, C.Sato and K.Ikegami, "Viscoelastic properties and internal stress of thermosetting resin in curing process", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.43, No.484, pp.18-22 (1994).
- 3) H.Matsui and K.Ikegami, "Viscoelastic properties of thermosetting resin in phase transition and effect of curing temperature on internal stress", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.62, No.596, pp.993-1000 (1996).
- 4) M.Fukunaga, T.Yamada, M.Gamou and Y.Kanoh, "Analysis of curing reaction for epoxy resin used for electrical insulators part II stress-strain analysis with a viscoelastic constitutive relationship for epoxy resin using a full adhesion interface model materials", Journal of Japan Society of Polymer Proceeding, Vol.14, No.8, pp.512-518 (2002).
- 5) K.Miyake, "Thermo-viscoelastic analysis for warpage of ball grid array package taking into consideration

- of chemical shrinkage of molding compound”, Journal of Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.7, No.1, pp.54-59 (2004).
- 6) S.Nakamura, Y.Miyano, S.Sugimori and A.Kaneda, “Thermoviscoelastic analysis of residual stress by cooling in a thermosetting resin/metal laminated beam”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.53, No.493, pp.1813-1818 (1987).
 - 7) S.Nakamura, Y.Miyano, S.Sugimori and A.Kaneda, “Thermoviscoelastic analysis of residual stresses in a thermosetting resin/metal laminated beam caused by cooling”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers International Journal, Vol.3, No.1, pp.126-131 (1988).
 - 8) S.Nakamura, A.Kaneda, K.Nishi and Y.Miyano, “Production of residual stress in LSI plastic package by thermoviscoelastic analysis for a 3-layer laminated beam”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.56, No.525, pp.1209-1216 (1990).
 - 9) S.Nakamura, A.Hasebe, K.Serizawa, T.Kousaka and R.Haruda, “Warp deformation and residual stress for 2-layer laminated beam composed of metal and resin”, Japanese Journal of Polymer Science and Technology, Vol.51, No.12, pp.806-812 (1994).
 - 10) S.Nakamura and K.Serizawa, “Thermo-viscoelastic analysis of warp deformation and residual stress for laminated bodies of flip-chip LSI device”, The Journal of Japan Institute for Interconnecting and Packaging Electronic Circuits, Vol.12, No.3, pp.173-178 (1997).
 - 11) G.Murakami, M.Mita, S.Nakamura, K.Ueno and K.Nakamura, “Achieving an optimum structural package design with thermo-viscoelastic analysis”, Chip Scale Review, Vol.2, No.5, p.55-60(1998).
 - 12) T.Hiroe, H.Matsuo, K.Fujiwara and Y.Tsuda, “Time — Temperature Equivalence for the Stress-Strain Behavior of High Density Solid Polymers”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.64, No.98, p.69-74(1998).
 - 13) S.Nakamura, G.Murakami, K.Isaka, K.Ueno and K.Nakamura, “Estimation by thermo-viscoelastic analysis for warp deformation of flip chip attached LSI”, Journal of Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.2, No.4, pp.291-297 (1999).
 - 14) G.Murakami, S.Nakamura, M.Mita and Y.Miyano, “Optimum design of elastomeric structure of CSP- μ BGA with thermo-viscoelastic analysis”, Journal of Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.3, No.1, pp.34-39 (2000).
 - 15) S.Nakamura, Y.Kushizaki, G.Murakami and M.Kido, “Thermo-viscoelastic numerical analysis of residual stress influenced by material properties in semiconductor devices”, Journal of Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.5, No.4, pp.379-384 (2002).
 - 16) S.Nakamura, M.Goto, Y.Kushizaki and M.Kido, “Thermo-viscoelastic analysis of thermal residual stress and deformation influenced by loaded temperature for constitutive materials in electronic devices”, Journal of Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.5, No.7, pp.660-665 (2002).
 - 17) S.Nakamura, Y.Kushizaki, M.Goto, K.Ohashi and M.Kido, “Optimum layer construction with thermo-viscoelastic analysis influences thermal residual stress and warp deformation in electronic devices”, Journal of Japan Institute of Electronics Packaging, Vol.6, No.1, pp.80-87 (2003).
 - 18) S.Nakamura, M.Goto and Y.Kushizaki, “Thermo-viscoelastic analysis of thermal residual stress and warp deformation influenced by material properties in plastic laminated beams”, Journal of the Japan Society of Polymer processing, Vol.15, No.4, pp.302-307 (2003).
 - 19) S.Nakamura and M.Goto, “Expedient evaluation method of residual stress for viscoelastic laminated bodies”, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.71, No.703, pp.513-519 (2005)
 - 20) S.Nakamura, T.Shinohara and T.Tanaka, “Warp deformation behavior with chemical curing process for viscoelastic laminated beam consisted of epoxy resin and steel”, Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.56, No.10, pp.964-969 (2007)
 - 21) S.Nakamura, T.Kawabata, Y.Fukui and K.Yoshimi, “Expedient evaluation method of warp deformation behavior for viscoelastic laminated beam consisted of epoxy resin and steel”, Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.57, No.5, pp.495-501 (2008)
 - 22) M.L.Williams, R.F.Landl and J.D.Ferry, “The

- temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids”, J.Am.Chem.Soc, Vol.77, pp.3701-3706 (1955).
- 23) T.Kunio, “Base of solid mechanics”, p.250 (1983) Baifukan.
- 24) T.Nakagawa, “Rheology”, p.220 (1983) Iwanamizensyo.