

ヘルツ接触の場合の移動熱源による瞬間温度上昇について

(機械工学科) 河野正来, 濑野宏正, 中迫正一

(専攻科機械電気工学専攻) 徳永将博

On the Flash Temperature Rise Caused by Moving Heat Source under Hertzian Contact

(Department of Mechanical Engineering) Masaki KOHNO, Hiromasa NADANO

and Masakazu NAKASAKO

(Advanced Mechanical and Electrical Engineering Course) Masahiro TOKUNAGA

Abstract

To investigate surface failure by scoring of gears, it is necessary to exactly evaluate the flash temperature rise generated on the meshing faces of the gears. In this report, the flash temperature rise caused by the moving heat source of which the distribution of heat intensity is assumed to be elliptical was calculated under the assumption of a three-dimensional heat flow. Further, the flash temperature rise caused by elliptically distributed heat source was compared to that caused by parabolically distributed heat source. From the calculated results it was found that the maximum value of the flash temperature rise caused by parabolically distributed heat source was about 1.07 times as large as that caused by elliptically distributed heat source.

Key Words : Flash Temperature Rise, Moving Heat Source, Hertzian Contact, Gear

瞬間温度上昇, 移動熱源, ヘルツ接触, 歯車

§ 1 結 言

歯車のスコアリング強さを評価する場合には、歯面に発生する瞬間温度上昇が重要な指標となる。歯面が弾性接触する場合、ヘルツの接触応力の分布は楕円状となるので、瞬間温度上昇を計算する場合には歯面上に発生する摩擦熱による熱源の熱量密度の分布は、楕円状とするのが妥当であると考えられる。

寺内ら¹⁾は、線接触における放物線状分布熱源と角柱状分布熱源及び点接触における回転放物体状分布熱源と円柱状分布熱源について、三次元熱流と考えた場合の移動熱源による瞬間温度上昇式を誘導している。また、Francis²⁾は回転楕円体状分布熱源について、移動熱源及び静止熱源による瞬間温度上昇について報告している。しかしながら、線接触の場合の楕円状移動分布熱源による瞬間温度上昇を計算した報告は見受けられない。

本研究では、面熱源の形状が長形状で、熱源の熱量密度の分布を楕円状とした場合の移動熱源による瞬間温度上昇について、三次元熱流による瞬間温度上昇式を

誘導し、種々の条件について計算を行った。また、放物線状分布移動熱源による瞬間温度上昇との比較、検討を行った。

§ 2 記 号

$2a$: 熱源の移動方向に対して直角方向の幅 m

c : 比熱 $J / (kg \cdot K)$

K : 熱伝導率 $W / (m \cdot K)$

Q : 単位時間当たりの発生熱量 J/s

q_0 : 単位時間当たりの熱量密度の最高値 W/m^2

$2R$: 熱源の移動方向の幅 m

t : 時間 s

V : 熱源の移動速度 m/s

θ : 温度 $^{\circ}C$

κ : 熱拡散率 m^2/s

ρ : 密度 kg/m^3

無次元量

$$\begin{aligned}
 A &= Va / (2\kappa) & L &= VR / (2\kappa) \\
 s &= V^2 (t-t') / (2\kappa) & T &= \pi K V \theta / (\kappa q_0) \\
 u &= x' / R & X &= Vx / (2\kappa) \\
 Y &= Vy / (2\kappa) & Z &= Vz / (2\kappa)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta &= \frac{Q}{4(\pi\kappa)^{3/2} \rho c (t-t')^{3/2}} \\
 &\times \exp \left\{ -\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}{4\kappa(t-t')} \right\} \\
 &\dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

§ 3 瞬間温度上昇式

歯面、ローラなどが線接触し、表面上を摩擦により発生する熱源が移動する場合の表面及び内部の瞬間温度上昇について考える。ここで、初期条件及び境界条件について次のような仮定を行った。

- (1) 歯車、ローラなどの大きさはその接触面積に比べてかなり大きいので、物体を半無限体とする。
- (2) 物体の熱伝導率、熱拡散率及び比熱は温度に関して一定とする。
- (3) 物体表面からの熱の損失はないものとする。
- (4) 移動熱源は定常的であり、熱源の運動は十分に長く続いているものとする。

半無限体の表面上で、熱源の移動方向に x 軸、それに直角方向に y 軸、深さ方向に z 軸をとる。いま、時間 t' に表面上の点 $(x', y', 0)$ に、単位時間当たりの発生熱量 Q の瞬間点熱源が生じたとする、この場合の熱伝導の基礎式は

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial \theta}{\partial t} \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。条件 (1) ~ (4) を満たす式(1)の解として、時間 t における物体中の点 (x, y, z) の温度上昇は次式で与えられる。

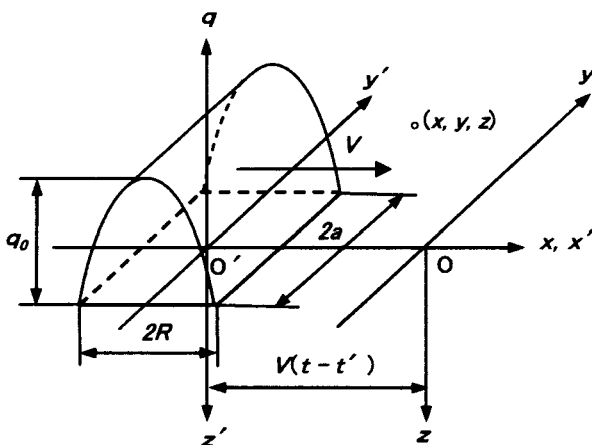


図1 移動熱源と座標

したがって、図1に示すように表面上を $q(x', y')$ の分布を持つ面熱源が等速度 V で移動する時、定常状態における任意の点 (x, y, z) の温度上昇は

$$\begin{aligned}
 \theta &= \frac{1}{4(\pi\kappa)^{3/2} \rho c} \int_0^\infty \iint_D \frac{q(x', y')}{\tau^{3/2}} \\
 &\times \exp \left\{ -\frac{\{x-x'+V\tau\}^2 + (y-y')^2 + z^2}{4\kappa\tau} \right\} dx' dy' d\tau \\
 &\dots\dots\dots (3)
 \end{aligned}$$

となる。ただし、 D は面熱源の領域を表し、 $\tau = t - t'$ とする。いま、面熱源の領域が熱源の移動方向に $2R$ 、移動方向に対して直角方向に $2a$ の長方形で、移動方向の熱量密度の分布が楕円状の場合には、熱量密度の分布形状は

$$\begin{aligned}
 q(x', y') &= q_0 \left(1 - \frac{x'^2}{R^2} \right)^{1/2} \\
 &(-R \leq x' \leq R, -a \leq y' \leq a) \\
 &\dots\dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

で与えられる。式(4)を式(3)に代入し、無次元量を使って表すと、楕円状分布移動熱源による温度上昇式は

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2L} \int_0^\infty \int_{-1}^1 \frac{(1-u^2)^{1/2}}{s} \\
 &\times \exp \left\{ -\frac{(X-Lu+s)^2 + Z^2}{2s} \right\} \\
 &\times \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{Y+A}{\sqrt{2s}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{Y-A}{\sqrt{2s}} \right) \right\} du ds \\
 &\dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

となる。ここで、誤差関数 $\operatorname{erf}(\lambda)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \operatorname{erf}(\lambda) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\lambda \exp(-\gamma^2) d\gamma \\
 &\dots\dots\dots (6)
 \end{aligned}$$

つぎに、面熱源の移動方向の熱量密度の分布が放物線状の場合には、熱量密度の分布形状は

$$q(x', y') = q_0 \left(1 - \frac{x'^2}{R^2} \right) \quad (-R \leq x' \leq R, -a \leq y' \leq a) \quad \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる。式(7)を式(3)に代入し、無次元量を使って表すと、放物線状分布移動熱源による表面温度上昇式は次式で与えられる³⁾。

$$T = \frac{\sqrt{\pi}}{2L^2} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2s}} \left[(L^2 - X^2 - 2Xs - s - s^2) \times \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{X + L + s}{\sqrt{2s}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{X - L + s}{\sqrt{2s}} \right) \right\} + \frac{\sqrt{2s}}{\sqrt{\pi}} \left[(X + L + s) \exp \left\{ -\frac{(X - L + s)^2}{2s} \right\} - (X - L + s) \exp \left\{ -\frac{(X + L + s)^2}{2s} \right\} \right] \right] \times \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{Y + A}{\sqrt{2s}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{Y - A}{\sqrt{2s}} \right) \right\} ds \quad \dots\dots\dots (8)$$

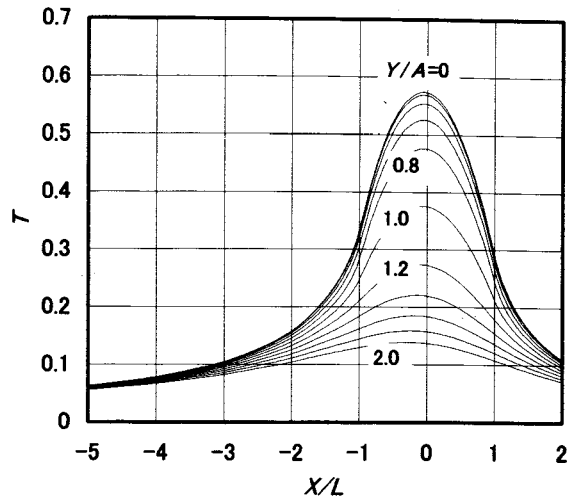
なお、温度上昇式(5)及び(8)の計算には、ガウスの積分公式を使用した。

§ 4 計算結果及び考察

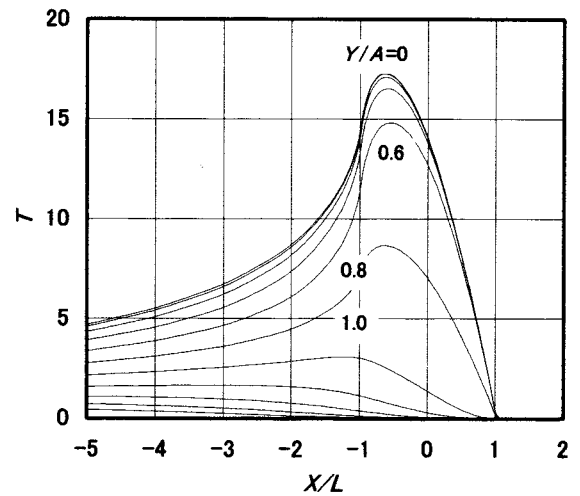
4.1 楕円状分布熱源の場合の瞬間温度上昇

熱源の移動速度の無次元量 $L = 0.1, 10$ 及び 1000 の場合 ($A = L$) について、表面 ($Z/L = 0$) における瞬間温度上昇の計算結果を図2に示す。図中、縦軸は瞬間温度上昇を無次元量 T で示し、横軸は熱源の移動方向の位置を無次元量 $X/L (=x/R)$ で示す。また、無次元量 $Y/A (=y/a)$ は熱源の移動方向に対して直角方向の位置を示し、図中には $Y/A = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0$ の値をプロットしてある。熱源は、その中心が x の負の位置から原点 0 まで進んだ状態を表し、熱源は $-1 \leq X/L \leq 1, -1 \leq Y/A \leq 1$ に存在する。

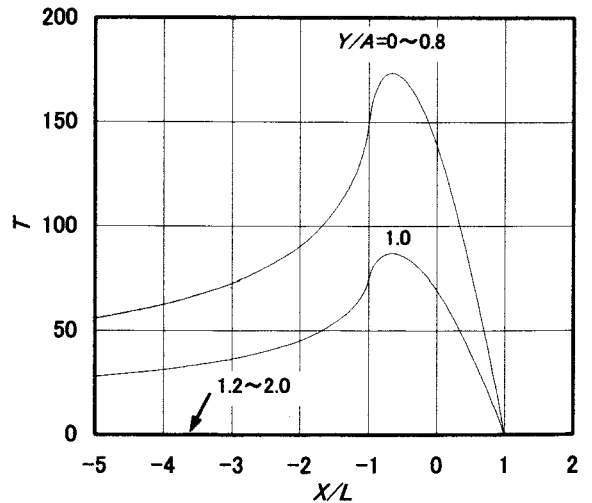
図2において、 L の値により無次元温度上昇 T の分布はかなり異なる。熱源の移動速度が低速の $L = 0.1$ の場合には、熱源の前方 ($X/L > 1$) 及び熱源の移動方向に対して直角方向 ($Y/A > 1$) においてもかなりの温度上昇が認められる。また、熱源の移動速度が中速程度の $L = 10$



(a) $L=0.1$

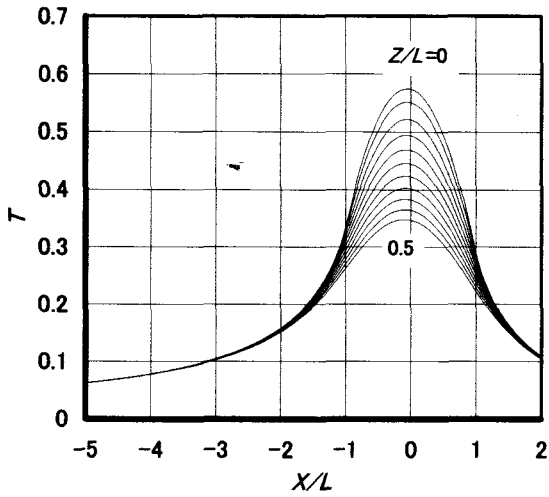


(b) $L=10$

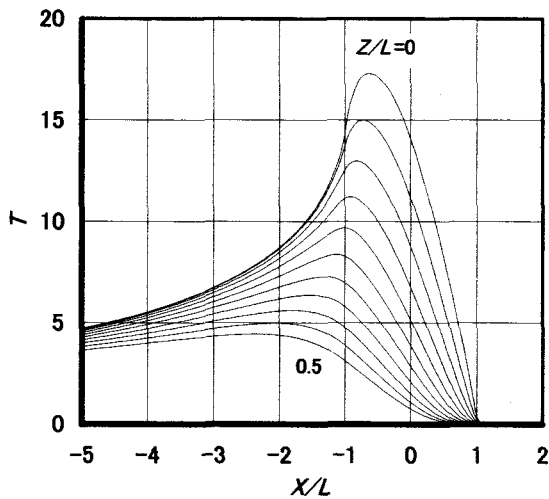


(c) $L=1000$

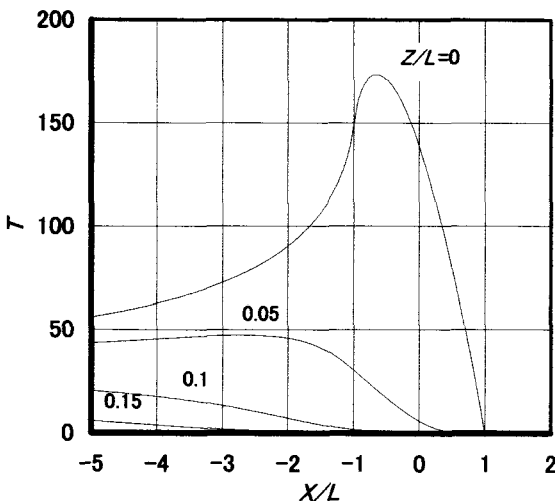
図2 表面における T と X/L の関係



(a) $L=0.1$



(b) $L=10$



(c) $L=1000$

図3 内部における T と X/L の関係 ($Y/A=0$)

表1 表面と内部 $Z/L=0.5$ における無次元温度上昇の最高値及びそれらの比率

L	T_{max} ($Z/L=0$)	T_{max2} ($Z/L=0.5$)	T_{max2} / T_{max}
0.1	0.5783	0.3485	0.603
1	4.290	2.164	0.504
10	17.30	4.441	0.257
100	54.85	1.447	0.026
1000	173.5	0	0

の場合には、熱源の前方においては温度上昇はほとんど認められない。熱源の移動速度が高速の $L=1000$ の場合には、熱源の前方及び熱源の移動方向に対して直角方向においては、温度上昇はほとんど認められない。この場合、 $Y/A=0\sim 0.8$ における温度上昇はほぼ等しい。

また、 L が大きくなるほど、無次元温度上昇 T の最高値を示す位置は、熱源内の後側に発生する。

図3に、 $L = 0.1, 10$ 及び 1000 の場合 ($A=L, Y/A=0$) について、物体内部 ($Z/L=0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5$) における無次元温度上昇 T の分布を示す。物体内部においては、熱源範囲外に比べて熱源範囲内直下における温度低下が顕著である。

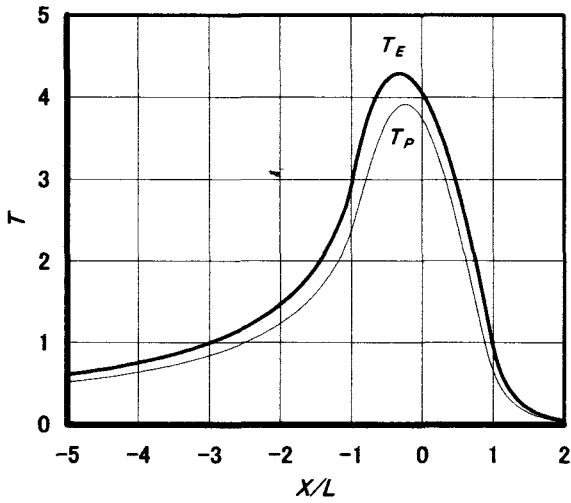
また、無次元速度 L が大きくなるにつれて、物体の内部と表面の温度差が顕著になる。特に、 $L=1000$ の場合には、 $Z/L=0.05$ においても、熱源範囲内直下ではほとんど温度上昇が認められない。また、同一深さにおける T の最高値は、表面からの深さが深くなるほど熱源の後方に生じる。

表1に表面 $Z/L=0$ と内部の $Z/L=0.5$ における無次元温度上昇の最高値 T_{max} , T_{max2} 及びそれらの比率を示す ($Y/A=0$)。 $Z/L=0.5$ における T_{max2} の値は、 L の増加につれて急激に減少する。

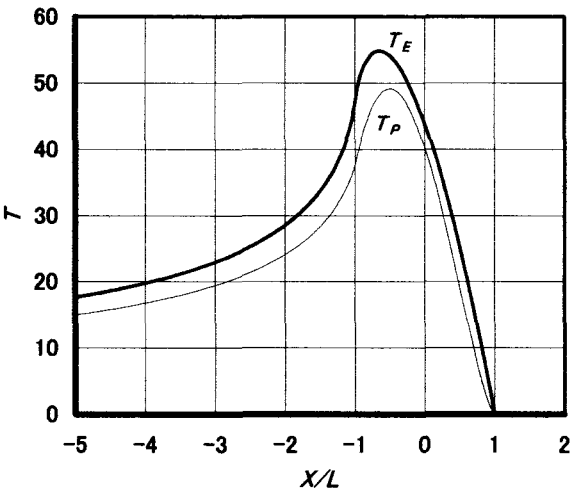
4.2 楕円状分布熱源と放物線状分布熱源の場合の比較

熱源の移動速度が比較的低速の $L = 1$ 及び比較的高速の $L=100$ ($A=L$) について、楕円状分布熱源と放物線状分布熱源の熱量密度の最高値 q_0 を等しくした場合の楕円状分布熱源による無次元温度上昇 T_E と放物線状分布熱源による無次元温度上昇 T_P の分布 ($Z/L=0, Y/A=0$) を図4に示す。また、楕円状分布熱源と放物線状分布熱源の場合の無次元温度上昇の最高値 T_{Emax} , T_{Pmax} 及びそれらの比率を表2に示す。

放物線状分布熱源の場合の無次元温度上昇 T_{Pmax} が楕円状分布熱源の場合の無次元温度上昇 T_{Emax} と比べて、やや小さく現れ、 T_{Pmax}/T_{Emax} の値は L にはほとんど関係せず約 $0.91\sim 0.89$ となる。また、放物線状分布熱源の場合の温度上昇の最高値を示す位置 X/L は、楕円状分布熱源の場合のそれに比べて、熱源の中心寄りに生じる。



(a) $L=1$



(b) $L=100$

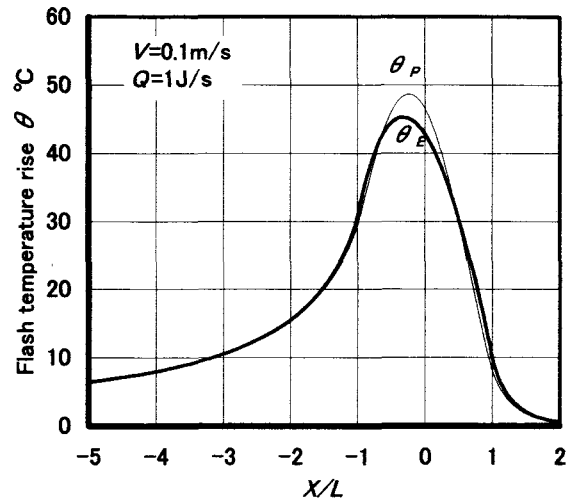
図4 熱源の熱量密度の最高値 q_0 を等しくした場合の T と X/L の関係 ($Z/L=0, Y/A=0$)

表2 楕円状分布熱源と放物線状分布熱源の場合の無次元温度上昇の最高値及びそれらの比率

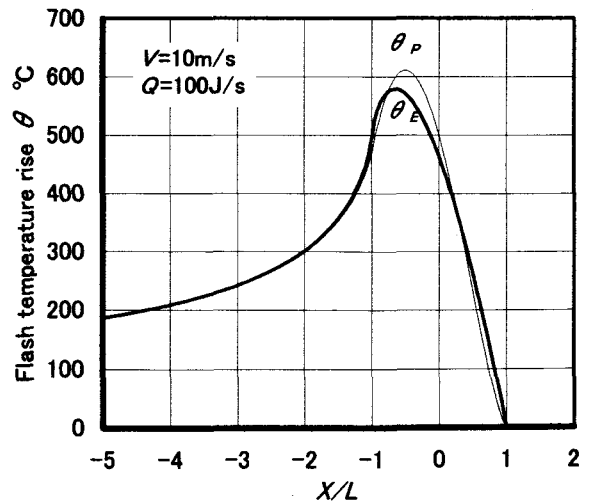
L	Elliptically distributed heat source		Parabolically distributed heat source		T_{Pmax} / T_{Emax}
	T_{Emax}	X/L	T_{Pmax}	X/L	
0.1	0.5783	-0.06	0.5271	-0.04	0.912
1	4.290	-0.33	3.912	-0.24	0.912
10	17.30	-0.62	15.50	-0.47	0.896
100	54.85	-0.65	49.12	-0.50	0.896
1000	173.5	-0.69	155.3	-0.50	0.895

つぎに、楕円状分布熱源と放物線状分布熱源における単位時間当りの発生熱量 Q を等しくした場合について、実際の瞬間温度上昇 $\theta (= \kappa q_0 T / (\pi K V))$ について比較を行った。単位時間当りの発生熱量 Q については、楕円状分布熱源と放物線状分布熱源の単位時間当りの熱量密度の最高値を、それぞれ q_{0E}, q_{0P} とすると、楕円状分布熱源では $Q = \pi q_{0E} R a$ 、放物線状分布熱源では $Q = 8 q_{0P} R a / 3$ で与えられる。ここでは、物体の熱的特性 K, κ 、熱源の大きさ R, a 、摩擦力 F を以下のように設定し、 $Q = FV$ とした。

$$\begin{aligned}
 K &= 24 \text{ W/(m K)} & \kappa &= 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \\
 R &= 0.2 \text{ mm} & a &= 0.2 \text{ mm} \\
 F &= 10 \text{ N}
 \end{aligned}$$



(a) $L=1$



(b) $L=100$

図5 熱源の単位時間あたりの発生熱量 Q を等しくした場合の θ と X/L の関係 ($Z/L=0, Y/A=0$)

表3 楕円状分布熱源と放物線状分布熱源の場合の
温度上昇の最高値及びそれらの比率

L	θ_{Emax} °C	θ_{Pmax} °C	$\theta_{Pmax}/\theta_{Emax}$
0.1	6.060	6.554	1.082
1	45.25	48.64	1.075
10	182.5	192.7	1.056
100	579.1	610.7	1.055
1000	1831	1931	1.055

なお、実際の摩擦面では接触している2つの物体にそれぞれ流入する熱の流入割合を考慮する必要があるが、ここでは発生したすべての熱が1つの物体に流入するものとして計算を行った。

$L=1$ ($V=0.1$ m/s) 及び $L=100$ ($V=10$ m/s) の場合について、瞬間温度上昇 θ の計算例を図5に示す。ここで、 θ_E は楕円状分布熱源の場合を、 θ_P は放物線状分布熱源の場合を表す。また、楕円状分布熱源と放物線状分布熱源の場合の瞬間温度上昇の最高値 θ_{Emax} 、 θ_{Pmax} 及びそれらの比率 $\theta_{Pmax}/\theta_{Emax}$ を表3に示す。

瞬間温度上昇の最高値は、放物線状分布熱源の場合が楕円状分布熱源の場合に比べてやや大きく現れ、放物線状分布移動熱源と楕円状分布移動熱源の瞬間温度上昇の最高値の比 $\theta_{Pmax}/\theta_{Emax}$ は、 $L=0.1\sim 1000$ の範囲では約 $1.08\sim 1.06$ となる。

また、熱源内の前側部分と後側部分では、楕円状分布熱源の瞬間温度上昇が放物線状分布熱源のそれと比べてわずかに高く現れる。一方、熱源外においては、両熱源による瞬間温度上昇の差は、ほとんど認められない。

§ 5 結 言

三次元熱流と考えた場合の楕円状分布移動熱源によ

る瞬間温度上昇について、温度上昇式を誘導し、種々の条件について計算を行った。また、放物線状分布移動熱源の場合との比較、検討を行った。主な結果を要約すると、以下の通りである。

(1) 瞬間温度上昇の最高値を示す位置は、放物線状分布熱源の場合が楕円状分布熱源の場合に比べて、やや熱源の中心寄りに生じる。

(2) 単位時間当りの熱量密度の最高値 q_0 を等しくした場合、放物線状分布移動熱源と楕円状分布移動熱源の無次元瞬間温度上昇の最高値の比 T_{Pmax}/T_{Emax} は、無次元速度 $L=0.1\sim 1000$ の範囲では約 $0.91\sim 0.89$ となる。

(3) 単位時間当りの発生熱量 Q を等しくした場合、放物線状分布移動熱源と楕円状分布移動熱源の瞬間温度上昇の最高値の比 $\theta_{Pmax}/\theta_{Emax}$ は、 $L=0.1\sim 1000$ の範囲では約 $1.08\sim 1.06$ となる。この場合、熱源内の前側部分と後側部分では、楕円状分布熱源の温度上昇が放物線状分布熱源のそれに比べてわずかに高く現れる。

なお、本研究の一部は、日本学術振興会平成14年度科学研究費補助金(基盤研究(C))により行われた。

参考文献

- 1) 寺内喜男・灘野宏正・河野正来, 移動熱源による温度上昇について(第1報)日本機械学会論文集(C編), 49-444(1983), p. 1434-1440.
- 2) H. A. Francis, Interfacial Temperature Distribution Within a Sliding Hertzian Contact, *ASLE Transactions*, 14(1971), p. 41-54.
- 3) 河野正来・灘野宏正・寺内喜男, 移動熱源による表面温度上昇の干渉について, 設計製図, 22-12(1987), p. 427-433.